COMPTE RENDU

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 11 JUIN 1860.

PRÉSIDENCE DE M. CHASLES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

GÉOMÉTRIE. — Résumé d'une théorie des surfaces du second ordre homofocales; par M. Chasles.

PRÉLIMINAIRES.

« 1. Par la courbe d'intersection de deux surfaces du second ordre, passent une infinité d'autres surfaces du même ordre; et au nombre de ces surfaces se trouvent quatre cônes. Le sommet de chaque cône a pour plan polaire, dans toutes les surfaces, le plan des sommets des trois autres cônes.

» Cette propriété des surfaces du second ordre a été démontrée en premier lieu par M. Poncelet dans le Supplément de son Traité des propriétés projectives des figures, et il en a conclu ensuite, par la théorie des polaires réciproques, que la surface développable circonscrite à deux surfaces du second ordre admet quatre sections planes du second ordre, c'est-à-dire, qui sont des coniques; et que ces courbes sont situées dans les quatre plans dans lesquels se trouvent aussi, trois à trois, les sommets des quatre cônes qui passent par la courbe d'intersection des deux surfaces (1).

⁽¹⁾ Mémoire sur la théorie générale des polaires réciproques, art. 103, voir Journal de mathématiques de Crelle, t. IV, p. 37, année 1829.

- » M. Poncelet a appelé ces courbes lignes de striction de la développable; parce que ce sont des lignes de pénétration des nappes de cette surface.
- ⁹ 2. On peut inscrire dans la développable circonscrite à deux surfaces du second ordre (1) une infinité d'autres surfaces du même ordre; de même que l'on peut mener par la courbe d'intersection de deux surfaces une infinité d'autres surfaces du même ordre.
- » Chacune des surfaces inscrites dans une développable est déterminée sie l'on donne un plan auquel elle doive être tangente.
- » Les quatre coniques, lignes de striction de la développable, représentent quatre de ces surfaces, qui se distinguent de toutes les autres, en ce que chacune d'elles a un de ses trois axes principaux nul. Disons que ce sont des surfaces du second ordre infiniment aplaties et limitées par le contour de chaque section conique. C'est ainsi que nous considérons dans la théorie des coniques planes une droite limitée à deux points, et dans la théorie des coniques sphériques un arc de grand cercle limité à deux points, comme représentant une conique infiniment aplatie.
- » Une surface du second ordre et une conique, situées d'une manière quelconque dans l'espace, déterminent une développable circonscrite, dans laquelle on peut inscrire une infinité d'autres surfaces du second ordre : cette développable a trois lignes de striction autres que la conique proposée qui forme la quatrième.
- » De même, deux coniques situées d'une manière quelconque dans l'espace déterminent une développable circonscrite, dans laquelle on peut inscrire une infinité de surfaces du second ordre, et qui a deux lignes de striction autres que les coniques données.
- » 3. La développable circonscrite à deux surfaces du second ordre peut être imaginaire; ce qui a lieu, par exemple, dans le cas de deux ellipsoïdes dont l'un est renfermé dans l'autre.
- » Mais, de ce qu'une développable est imaginaire, il ne faut pas en conclure que toutes ses lignes de striction le soient aussi; car il existe une infinité de surfaces du second ordre qu'on peut dire inscrites dans la développable imaginaire, et une ou plusieurs de ces surfaces peuvent se réduire à des coniques, comme dans le cas où la développable est réelle.
- Des deux coniques qu'on prend pour lignes de striction, et qui déterminent une développable, une ou toutes les deux peuvent être imaginaires; de même que, des deux cônes qui déterminent une courbe d'intersection

⁽t) Cette développable est du huitième ordre (voir Aperçu historique, p. 250).

(réelle ou imaginaire) par laquelle passent une infinité de surfaces du second ordre, un ou tous les deux peuvent être imaginaires.

- » 4. Quand deux surfaces du second ordre sont concentriques, leur développable circonscrite a une ligne de striction (réelle ou imaginaire) située à l'infini.
- » Car le centre commun des deux surfaces a pour plan polaire dans les deux surfaces le plan situé à l'infini, et dans ce plan se trouve une des quatre lignes de striction de la développable.
- » Réciproquement, quand la développable circonscrite à deux surfaces a une ligne de striction à l'infini, ces surfaces sont concentriques.
- » Ce cas est, en particulier, celui des surfaces homofocales, comme on va le voir tout à l'heure.
 - » Voici un théorème général fort important auquel il donne lieu.
- » 3. Quand deux surfaces sont concentriques, si par une droite quelconque L on mène deux plans conjugués par rapport aux deux surfaces (1), ces plans sont parallèles à deux plans diamétraux conjugués d'une même troisième surface du second ordre déterminée d'espèce.
- " Cette surface, supposée concentrique aux proposées, a pour cône asymptote, le cône qui a pour sommet le centre commun des surfaces, et pour base la conique, ou ligne de striction, située à l'infini.
- » Quand la droite L est tangente aux deux surfaces, les deux plans conjugués sont les plans tangents à ces surfaces menés par les points de contact de la droite L.
- » Cette droite peut être tangente aux deux surfaces en un même point situé sur leur courbe d'intersection; les deux plans conjugués sont les plans tangents en ce point.

SURFACES HOMOFOCALES.

- » 9. Considérons la développable circonscrite à une surface du second ordre donnée A et à un cercle imaginaire situé à l'infini. Une infinité d'autres surfaces du second ordre seront inscrites dans cette développable, et toutes les surfaces seront concentriques, puisque la développable a une ligne de striction à l'infini.
- » Or, d'une part, tout cône ayant pour base un cercle imaginaire situé à l'infini, est, comme nous l'avons vu au sujet des coniques sphériques (2), le cône asymptote d'une sphère.

⁽¹⁾ Nous disons que deux plans sont conjugués par rapport à une surface, quand le pôle de l'un est situé sur l'autre.

⁽²⁾ Comptes rendus, t. L, p. 624; séance du 26 mars 1860.

- » Et, d'autre part, deux plans diamétraux conjugués d'une sphère sont toujours rectangulaires. D'après cela le théorème général qui précède donne lieu à celui-ci :
- » Quand deux surfaces du second ordre A, B sont telles, que leur développable circonscrite ait pour une de ses lignes de striction un cercle imaginaire situé a l'infini, les deux plans conjugués par rapport aux deux surfaces, que l'on peut mener par une droite quelconque donnée L, sont toujours rectangulaires.
- » Et en particulier, les plans tangents aux deux surfaces menés par une même tangente commune quelconque, sont toujours rectangulaires.
 - » Par conséquent, les deux surfaces se coupent partout à angle droit.
- » 7. On reconnaît, à cette dernière propriété, les surfaces homofocales. Ainsi un système de surfaces homofocales est simplement un système de surfaces inscrites dans une même développable; système qui ne se distingue de tout autre, qu'en ce que cette développable a pour une de ses lignes de striction un cercle imaginaire situé à l'infini.
- » Cette définition des surfaces homofocales est la plus concise, la plus nette et la plus féconde. Elle conduit avec une facilité extrème à une foule de propriétés de ces surfaces, que ne pouvait faire soupçonner la définition accoutumée, savoir, que ce sont des surfaces dont les sections principales sont décrites des mêmes foyers. Une des plus importantes de ces propriétés est, sans nul doute, celle qu'exprime le théorème précédent (1).
- » 8. On sait que ce système de surfaces, qu'on a appelées depuis homofocales, a été considéré en premier lieu par M. Ch. Dupin, et qu'il tient une grande place dans le savant ouvrage qui a tant contribué, par les recherches neuves et importantes qu'il renferme et par la facilité des démonstrations, à répandre le goût des doctrines de la pure géométrie (2). L'illustre auteur,

⁽¹⁾ On en conclut notamment cette belle propriété que, de quelque point de l'espace que l'on considère deux surfaces homofocales, leurs contours apparents paraissent se couper à angle droit. D'où il résulte, d'après la théorie de Monge, que ces deux surfaces forment les deux nappes lieux des centres de courbure d'une certaine surface unique (voir Aperçu historique, p. 392). Premier exemple, et peut-être le seul jusqu'ici, de deux nappes ou surfaces que l'on reconnaît comme étant le lieu des centres de courbure d'une autre surface. Cette propriété des deux surfaces homofocales conduit naturellement, d'après la théorie même de Monge, à la considération des lignes géodésiques sur les surfaces du second ordre.

M. Liouville a donné l'équation différentielle de la surface, ou plutôt des surfaces parallèles qui ont leurs centres de courbures sur deux surfaces homofocales (voir Journal de Mathématiques, t. XVI, p. 6; année 1851).

⁽²⁾ Développements de Géométrie, etc., Paris, 1813; in-4°.

que des considérations plus générales sur les lignes de courbure des surfaces d'ordre quelconque conduisaient à l'étude particulière de ce système de surfaces du second ordre, a bien reconnu que les deux sections coniques, ellipse et hyperbole qui figurent dans ce système, sont les limites des séries d'ellipsoïdes et d'hyperboloïdes à une et à deux nappes; que ce sont des surfaces infiniment aplaties, parce qu'un de leurs axes principaux est devenu nul (1).

» Mais c'est à un autre point de vue que ces mêmes courbes nous représentent des surfaces limites infiniment aplaties, quand nous les considérons dans la développable circonscrite à toutes les surfaces, sur laquelle elles forment deux lignes de striction.

» Ces courbes sont situées dans deux plans principaux des surfaces; une troisième, imaginaire, est située dans le troisième plan principal. Ces trois courbes et le cercle imaginaire situé à l'infini forment les quatre lignes de striction de la développable.

» On ne peut parler des surfaces homofocales sans penser au célèbre théorème de Maclaurin sur l'attraction des ellipsoïdes, et surtout aux belles recherches de M. Lamé sur la théorie de la chaleur, dans lesquelles ce système de surfaces orthogonales trouve les applications les plus heureuses dans l'étude des phénomènes physiques, comme dans les théories analytiques les plus relevées.

» 9. Mais on n'avait point encore étudié d'une manière spéciale les propriétés géométriques de ces surfaces, quand j'en ai fait le sujet d'un travail étendu, dont les résultats principaux se trouvent dans une des Notes de l'Aperçu historique (Note XXXI, p. 384-399).

» Je me suis attaché alors à considérer ces surfaces comme formant la théorie qui, dans la géométrie à trois dimensions, correspond à celle des coniques homofocales sur le plan ou sur la sphère. Et à raison de cette analogie, d'après laquelle chacune des deux lignes de striction réelles dont il vient d'être question correspond à l'ensemble des deux foyers d'une conique, j'ai appelé ces courbes, les coniques focales, ou excentriques des surfaces du système. De très-nombreuses propositions ont constaté l'analogie ainsi entendue.

⁽i) M. Binet est parvenu aussi à des résultats semblables, incidemment, dans un beau Mémoire de Géométrie et de Mécanique, sur la Théorie des axes conjugués et des moments d'inertie des corps (voir Journal de l'École Polytechnique, t. IX; 16° cahier, p. 41; année 1813).

» C'est dans ce même travail que se trouve pour la première fois cette propriété des surfaces homofocales, d'être toutes inscrites dans une même développable; propriété qui est la base d'une foule de conséquences.

- » 10. Depuis, la question des lignes géodésiques sur l'ellipsoïde m'a donné lieu de reconnaître que ces surfaces homofocales sont aussi importantes dans l'étude de ces lignes, qu'elles l'ont été dans la question des lignes de courbure. Il nous suffira de rappeler ici cette propriété fondamentale, que : les tangentes à une ligne géodésique tracée sur une surface du second ordre sont toutes tangentes à une autre surface, homofocale à la première. Et par suite, les plans osculateurs de la ligne géodésique sont eux-mêmes tangents à la seconde surface (1).
- » 11. L'objet de la présente communication est de présenter un ensemble de propriétés des surfaces homofocales déduites immédiatement de la considération du cercle imaginaire situé à l'infini, c'est-à-dire de ce cercle qui forme une des lignes de striction de la développable (imaginaire) circonscrite aux surfaces, et qui constitue le caractère propre et essentiel de cette développable.
- » Ces propriétés sont très-nombreuses; mais nous les comprendrons, comme nous avons fait pour les coniques sphériques, sous quatre théorèmes généraux, desquels il suffira de déduire les principales conséquences particulières.
- » Et quant à ces quatre theorèmes généraux, ils offrent un exemple bien remarquable de l'enchaînement qui existe entre toutes les parties d'une théorie, et de la possibilité souvent de les ramener toutes à un principe unique et très-simple : car ces théorèmes, quoique différents, se tirent d'une même proposition fondamentale concernant des surfaces d'un ordre quelconque. Voici l'énoncé de cette proposition, appliquée à des surfaces du second ordre :
- » Théorème fondamental. Quand quatre surfaces du second ordre A, A', B, B' sont telles, que les deux développables circonscrites à ces surfaces prises deux à deux, soient circonscrites à une même autre surface du second ordre : il en sera de même des deux développables circonscrites aux surfaces A, A', B, B' prises deux à deux d'une autre manière.
 - » Par exemple, si les développables AB, A'B' sont circonscrites à

⁽¹⁾ Voir Comptes rendus, t. XXII, année 1846; p 63-72, 107-111, 313-318, 517-521.

à une même surface U, les développables AA', BB' seront aussi circonscrites à une même surface.

QUATRE THÉORÈMES GÉNÉRAUX SUR LES SURFACES HOMOFOCALES.

- » 12. Theorème I. Étant données deux surfaces homofocales A, A' et une autre surface quelconque U; si dans les deux développables UA, UA' on inscrit deux surfaces quelconques B, B': la développable BB' sera circonscrite tout à la fois à une surface homofocale à A et A', et à une surface homofocale à U.
- » La première partie de cet énoncé est une application immédiate du théorème précédent.
- » Quant à la seconde partie, appelons C_i le cercle imaginaire situé à l'infini, que nous considérerons comme une surface du second ordre, inscrite dans la développable AA'. Les deux développables AA' UB et $A'C_i$ sont circonscrites à une même surface A. Donc les développables BC_i et $A'C_i$ ou $A'C_i$ ou
- » 13. THÉORÈME II. Étant données deux surfaces homofocales A, A' et une troisième surface quelconque U, si dans la développable UA on inscrit une surface B: on pourra inscrire dans la développable UA' une surface B' homofocale à B.
- » En effet, les deux développables \boxed{UB} et $\boxed{A'C_i}$ sont circonscrites à la même surface A. Donc les deux développables $\boxed{UA'}$ et $\boxed{BC_i}$ sont circonscrites à une même surface; mais toutes les surfaces inscrites dans la

(1002)
développable BCi sont homofocales à B. Donc on peut inscrire dans la
surface UA' une surface homofocale à B. C. Q. F. D.
» 14. THÉORÈME III. Étant données trois surfaces homofocales A, A', A"
et une quatrième surface quelconque U; si dans les développables UA,
UA' on inscrit deux surfaces B, B': les deux développables UA" et BB' seront circonscrites à une même surface B".
» En effet, les deux développables UB, A'A" sont circonscrites à
realistic and the late the manufactures of the latest the property of the prop
une même surface A. Donc les deux développables BA" et UA' ou
UB' sont circonscrites à une même surface. Donc les deux dévelop-
pables UA" et BB' sont circonscrites à une même développable.
C. Q. F. D.
» 15. THÉORÈME IV. Quand trois surfaces A, B, C sont inscrites dans une
même développable, si l'on décrit deux surfaces A', B' homofocales à A et à B.
respectivement: on pourra inscrire dans la développable A'B' une surface ho-
mofocale à C;
» Et les deux développables ABC, A'B'C' seront circonscrites à une même
surface (du second ordre).
» En effet, les deux développables BC, A'Ci sont circonscrites à
une même surface A; donc les deux développables CA' et BCi ou
$\boxed{ B'C_i }$ sont aussi circonscrites à une même surface, et par conséquent auss
les deux développables $\boxed{\operatorname{CC}_i}$ et $\boxed{\operatorname{A'B'}}$. Or toute surface inscrite dans
la développable CCi est homofocale à C. Donc la développable A'B'
est circonscrite à une surface homofocale à C: ce qui démontre la première partie du théorème.
» Quant à la seconde partie, il suffit de remarquer que les deux déve-
loppables AA' et BB' sont circonscrites à la surface Ci, car il en résulte

que les deux développables AB et A'B' sont aussi circonscrites à une même surface. Donc, etc.

» Dans une prochaine communication, je développerai les principales conséquences de ces quatre théorèmes généraux. »

PHYSIQUE. — Sur les forces élastiques des vapeurs; par M. V. REGNAULT.

- « J'ai présenté à l'Académie, en août 1854, les principaux résultats des expériences que j'ai faites pour déterminer les lois qui existent entre les forces élastiques des vapeurs et les températures auxquelles elles sont soumises. Ce travail se rattache à une longue série de recherches dont j'ai publié la première partie en 1845, et dont le but principal est de rassembler les éléments physiques nécessaires pour calculer le travail théorique que l'on peut obtenir d'une substance quand on la transforme en fluide élastique à l'aide d'une quantité connue de chaleur, ou encore lorsque le fluide élastique, en perdant une certaine quantité de chaleur, développe un travail moteur connu, soit en reprenant l'état liquide comme dans la machine à vapeur à condensation, soit quand il augmente simplement de volume comme cela se présente dans les machines à vapeur sous haute pression sans condensation et dans les machines à gaz chauffé.
- » La loi qui lie les forces élastiques des gaz et des vapeurs avec la température joue nécessairement un grand rôle dans cette question générale. De plus, il semble qu'elle doit être une des plus simples de la théorie de la chaleur, car elle ne dépend que de deux éléments nettement définis et susceptibles d'une détermination précise, les températures et les pressions auxquelles les fluides élastiques font équilibre.
- » Ce seul énoncé fera comprendre l'intérêt que j'ai dû attacher à ce genre d'études, et expliquera la longue persévérance que j'ai mise à en rassembler les éléments. Mon travail s'étend, en effet, depuis les gaz que l'on est parvenu à liquéfier par la compression jusqu'aux substances, telles que le mercure et le soufre, dont la température d'ébullition n'est pas assez élevée pour qu'on ne puisse pas les maintenir en ébullition, sous haute pression, dans les appareils que l'on réussit aujourd'hui à construire.
- » Le Mémoire qui renferme l'ensemble de ces recherches est imprimé depuis plusieurs années; il fait partie du tome XXVI des Mémoires de l'Académie. La publication en a été retardée par des circonstances indépendantes de ma volonté, et surtout par la nécessité de tracer, moi-même,

sur le cuivre, comme je l'ai fait pour la vapeur d'eau (Mémoires de l'Académie, t. XXI), les points donnés par chaque expérience partielle, et les courbes graphiques qui en représentent l'ensemble.

» Ce Mémoire, ainsi que je l'ai annoncé en 1854 (Comptes rendus,

t. XXXIX, p. 301, 345 et 397), est divisé en cinq parties :

» 1°. La première renferme mes recherches sur les forces élastiques des vapeurs à saturation dans une grande étendue des températures.

- » 2°. La seconde s'occupe des forces élastiques des vapeurs émises par les dissolutions salines, et des températures de leur ébullition sous différentes pressions.
- » 3°. Dans la troisième je m'occupe des forces élastiques de ces mêmes vapeurs dans l'air et dans les autres gaz.
- » 4°. La quatrième traite des forces élastiques des vapeurs fournies par deux liquides volatils, dissous l'un dans l'autre, ou simplement superposés quand ils n'exercent pas d'action dissolvante mutuelle.

» 5°. Enfin, dans la dernière, je cherche à reconnaître si l'état solide ou liquide d'un même corps exerce une influence, pour la même température,

sur la force élastique de la vapeur à saturation qu'il émet.

- » Je ne reviendrai pas aujourd'hui sur les quatre dernières parties du Mémoire; les conclusions générales que j'ai cru pouvoir tirer de mes expériences me paraissent suffisamment formulées dans les *Comptes rendus* de 1854. Je demande seulement à l'Académie la permission de lui donner quelques développements sur la première partie, celle qui traite des forces élastiques des vapeurs à saturation dans le vide, dont je n'ai pu citer que quelques exemples dans ma communication de 1854.
- » Les appareils variés que j'ai employés pour ces recherches sont décrits dans le Mémoire; je ne m'y arrêterai pas. Je dirai seulement qu'ils se rapportent à deux méthodes différentes.
- » La première, que j'appelle méthode statique, consiste à déterminer la pression qui fait équilibre à la force élastique de la vapeur, en repos, qu'un liquide en excès émet aux diverses températures. Dans la seconde méthode, que je nomme méthode dynamique, la vapeur est toujours en mouvement et l'on détermine la température de la va-peur qu'émet continuellement le liquide en ébullition sous différentes pressions.
 - » Ces deux méthodes donnent des résultats identiques :
- » 1°. Quand le liquide est parfaitement homogène. Il n'en est pas ainsi lorsqu'il est impur, la présence de la plus petite quantité d'un corps étranger volatil se manifeste alors immédiatement par la non-superposition des deux

courbes graphiques qui appartiennent à l'une ou à l'autre des deux méthodes.

» 2°. Quand le liquide ne présente pas une grande cohésion moléculaire. Dans le cas contraire, le liquide bout d'une manière intermittente, avec de violents soubresauts, et les déterminations par la méthode dynamique deviennent très-incertaines.

» Les deux méthodes ont pu être appliquées, avec succès, à la plupart des substances volatiles qui ont été soumises à mes expériences, et elles m'ont permis de déterminer leurs forces élastiques depuis les températures les plus basses jusqu'à celles auxquelles correspondent des pressions de 12 à 15 atmosphères. La plupart des gaz liquéfiés par la compression donnent des liquides qui jouissent d'une grande cohésion moléculaire et qui résistent à l'ébullition malgré leur extrême mobilité. On ne peut déterminer, avec certitude, leurs forces élastiques que par la méthode statique. Quand on veut appliquer la méthode dynamique, celle des ébullitions, le thermomètre ne peut être placé dans la vapeur du liquide bouillant que si la température d'ébullition est supérieure à celle de l'air ambiant; car si cette température était inférieure, la vapeur pourrait se suréchauffer et les indications thermométriques seraient fautives. Si le thermomètre plonge dans le liquide bouillant, il ne montre pas de température constante pendant l'ébullition, bien que la pression reste invariable. Les indications du thermomètre changent beaucoup suivant la manière dont la chaleur est appliquée. L'ébullition n'est pas continue; elle se fait avec de violents soubresauts qui se manifestent par des bruits secs, semblables à ceux que donne le marteau d'eau quand il est retourné brusquement. Ces effets varient beaucoup suivant la pression sous laquelle l'ébullition a lieu. Certains liquides les présentent déjà sous des pressions inférieures à celle de l'atmosphère; pour d'autres, ils ne se manifestent que sous haute pression.

» Les limites dans lesquelles je suis obligé de me restreindre, dans ce résumé, ne me permettent pas d'indiquer les observations particulières que j'ai pu faire sur chaque substance, ni même d'exposer le mode de construction graphique, ni les formules d'interpolations par lesquelles j'ai cherché à représenter le mieux possible l'ensemble de mes expériences. Je dirai seulement que de tous les modes d'interpolation qui ont été successivement proposés, c'est la formule par séries d'exponentielles proposée par de Prony et appliquée par M. Biot pour la vapeur d'eau sous la forme

$$\log F = a + b\alpha^{t} + c\beta^{t}$$

qui s'applique le plus exactement à toutes les substances qui ont fait l'objet

de mes études. Cette formule a l'avantage de renfermer cinq constantes, pour la détermination desquelles on peut choisir cinq points de la courbe graphique ayant des abscisses équidistantes, de sorte que la courbe représentée par la formule ne peut s'écarter que très-peu de la courbe graphique dans les points intermédiaires. De plus, je fais voir dans mon Mémoire que pour un grand nombre des substances que j'ai étudiées, on peut, par un déplacement convenable des points fixes qui servent à calculer les constantes, sans s'éloigner sensiblement des données de l'observation directe, calculer une formule à deux exponentielles

$$\log F = a + b\alpha^t + c\beta^t,$$

dans laquelle le terme $c6^t$ n'introduit que des valeurs plus petites que les erreurs probables des observations, de sorte que l'on peut réduire la formule à celle-ci, beaucoup plus simple,

$$\log F = a + b \alpha^{t}.$$

Cette considération et la grande similitude que présentent entre elles les courbes graphiques qui se rapportent aux diverses substances, lorsqu'on prend pour ordonnées $\log \frac{F}{760}$, me porte à penser que la loi des forces élastiques des vapeurs avec les températures se présenterait sous une forme tressimple, si l'on prenait pour variable indépendante, non pas la température telle que nous la définissons d'une manière complétement arbitraire, mais un autre élément qui serait en rapport direct avec la constitution de chaque corps, et dont l'origine serait fixée pour chacun d'eux.

» J'ai représenté dans les tableaux qui suivent les forces élastiques des vapeurs calculées, pour les diverses températures de 5 en 5 degrés, d'après les formules que j'ai calculées sur mes expériences. Les températures sont celles des thermomètres à mercure dont je me suis servi. Je donne en outre, dans mon Mémoire, les tableaux correspondants où les températures sont prises sur le thermomètre à air. La transformation des températures de mes thermomètres à mercure en températures, du thermomètre à air a été déterminée par des expériences spéciales.

TABLEAU Nº I.

LIQUIDES DE VOLATILITÉ MOYENNE DE 14 A 150 DEGRÉS.

FORCES ÉLASTIQUES DE LA VAPEUR.				
ALCOOL.	ÉTHER.	SULFURE DE CARBO	ONE. CHL	OROFORME.
r. È.	F	$\mathbf{T}_{i}^{i,j}$. \mathbf{F}_{i}	T	· F.
20 3,34 - 2	o,o 67,49		,48 + 20	160,47
	5,0 87,89	- 15,0 60,	91 25	199,40
1	10,0 113,35	- 10,0 81,		245,91
- 5 . 9,21 -	5,0 144,82	- 5,0 104,	40 35	301,13
0 12,83	0,0 183,34	0 131,		366,20
+ 5 17,73 +	5,0 230,11	+ 5 164		442,37
	286,40	10 203,		530,96
	5 353,62	15 248		633,36
1	20 433,26	20 301	,78 60	751,01
	5 526,93	25 364.	,24 65	885,41
	3o 636,33	3 o 436		1038,09
	35 763,27	35 521		1210,62
	io 909,59	40 616	99 - 80	1404,57
	15 1077,22	45 729	The second second	1621,52
	0 1271,12	5 0 856		1863,12
	55 1484,59	55 1 1000		2130,90
	60 1728,52	60 1163		2426,52
	55 2002,13	65 1346		. 2751,23
	0 2307,81	70 1551	,84	3106,83
	5 2647,75	75 1780		3494,69
	3024,41	80 2033		3916,17
	35 3440,30	85 2313		4372,73
	90 3898,05	90 2622		4865,65
	5 4400,55	95 - 2960		5396,23
	00 4950,81	100 3329		5965,76
	5552,18	105 3731		6575,41
	10 . 6208,37	110 4167		7226,49
	5 6923,55	115 4638		7920,19
	20 7702,20	120 5145		8657,72
125 3730,41		125 5690		9440,40
130 4301,04		130 6273		
135 4935,40		135 6895		٠,
140 5637,00		140 7556		
145 6410,62				
150 7258,73				
155 8185,02				

TABLEAU Nº I.

FORCES ÉLASTIQUES DE LA VAPEUR.			
BENZINE.	CHLORURE DE CARBONE	ÉTHER CHLORHYDRIQUE.	ÉTHER BROMHYDRIQUE.
T	Т, F,	F.	T. F.
- 25	0 30,55 + 5 40,09 10 52,08 15 67,09 20 85,49 25 107,94 30 135,12 35 167,73 40 206,51 45 252,31 50 305,39 55 367,68 60 439,66 65 522,26 70 616,48 75 723,29 80 843,70 85 978,71 90 1129,04 95 1296,47 100 1481,19 105 1684,45 110 1907,21 115 2150,47 120 2415,23 125 2702,54 130 3013,49 135 3349,28 140 3711,23 145 4100,81 150 4519,73 155 4969,97 160 5453,88 165 5974,28 170 6534,58 175 7138,90 180 7792,33 185 8501,02 190 9272,67 195 10116,74	-30 110,24 -25 145,01 -20 187,55 -15 239,60 -10 302,09 - 5 376,72 0 465,18 + 5 569,32 + 10 691,11 15 832,56 20 996,23 25 1184,17 30 1398,99 35 1643,24 40 1619,58 45 2230,71 50 2579,40 55 2668,43 60 3400,54 65 3878,52 70 4405,03 75 4982,72 80 5614,11 85 6301,61 90 7047,51 95 7853,92 100 8722,76	+20 380,30 25 463,30 30 559,81 35 671,31 40 799,35 45 945,56 50 1111,65 55 1299,41 60 1510,69 65 1747,43 70 2011,57 75 2305,24 80 2630,45 85 2989,38 90 3384,22 95 3817,11 100 4290,33 105 4806,11 110 5366,67 115 5974,26 120 6631,08 125 7339,33 130 8101,15 135 8918,64 140 9793,86

TABLEAU Nº I.

. -. L'QUIDES BOUILLANT AU-DESSUS DE 150 DEGRÉS.

			ES DE LA VAPEU	
ÉTHER IODHYDRIQUE. ALCOOL MÉTHYLIQUE.		R IODHYDRIQUE. ALCOOL MÉTHYLIQUE.		ACÉTONE.
T.	F.	T.	F.	T. F.
0 .	41,95	20	6,27	o mm
5	54,14	— 15	9,29	20,0 197,89 25 226,27
10	69,20	- 10	13,47	30 281,00
15	87,64	_ 5	19,17	35 345,15
20	110,02	0	26,82	40 420,15
25	136,95	+ 5	36,89	45 5 07,52
30	169,07	10	50,13	50 602,86
35	207,09	15	67,11	55 725,95
40	251,73	20	88,67	60 860,48
45	303,77	25	115,99	65 1014,32
50	364,00	30	149,99	70 1189,38
55	433,21	35	192,01	75 1387,62
6o	512,25	40	243,51	80 1611,05
	•	45	306,13	85 1861,81
		50	381,68	90 2141,66
		55	472,20	95 2452,81
		60	579,93	100 2797,27
		65	707,33	105 3177,00
		70	857,10	3593,96
		75	1032,14	115 4050,02
		80	1238,47	120 4546,86
		85	1470,92	125 5086,25
		90	1741,67	130 5669,72
		95	2051,71	135 6298,68
		100	2405,15	140 6974,43
		105	2806,27	37174
		110	3259,60	
		115	3769,80	
		120	4341,77	
		125	4980,55	
		130	5691,30	
	`	135	6479,32	
		140	7337,10	
		145	8308,87	The second secon

(1070)

TABLEAU Nº II.

ESSENCE DE TÉRÉBENTHINE. ESSENCE DE CITRON.		ÉTHER MÉTHYLOXALIQUE.	
7. 10 20 30 40 50 60 70 80 90 100 110 120 130 140 155 160 165 175 180 185 190 195	F. 2,07 2,94 4,45 6,87 10,80 16,98 26,46 40,64 61,30 90,61 131,11 185,62 257,21 348,98 464,02 605,20 686,37 775,09 871,27 975,42 1090,11 1207,92 1336,45 1473,24 1618,26	T. F. 98,99 69,80 115,40 129,39 115,10 129,09 124,85 178,31 125,03 179,01 137,00 263,42 147,35 357,04 155,52 449,23 165,08 576,50 174,25 748,67 174,16 749,69 201,60 1439,68 223,30 2328,04 236,65 3213,49 239,70 4374,42 A la suite de ces experiences l'essence de citron a montré la même température d'ébullition sous la pression de l'atmosphère qu'avant, mais elle avait perdu complétement son pouvoir rotatoire sur la lumière polarisée.	T. F. 109,41 117,26 109,53 117,46 125,98 222,67 126,06 222,87 136,45 320,11 145,14 423,37 155,70 591,36 164,30 761,35 188,92 1589,81 192,37 1589,81 217,16 2958,68 228,95 3875,95 237,16 4849,72 164,48 763,48 242,86 4867,83 253,53 6203,14 L'ébullition de l'éther méthy oxalique est assez régulièr sous des pressions qui dépas sent peu celle de l'atmosphère mais sous des pressions plu fortes, elle devient très-irregu lière, et elle produit de violent soubresauts.

» Les expériences sur l'essence de térébenthine ont été poussées jusqu'à des pressions beaucoup plus considérables, mais j'ai pensé qu'il était inutile de les transcrire ici, car elles ne se rapportent qu'à une essence complétement modifiée dans sa constitution moléculaire. J'ai décrit dans mon Mémoire la suite des recherches par lesquelles j'ai étudié les modifications isomériques que l'essence subit, successivement, par son ébullition sous diverses pressions.

TABLEAU Nº III.

FORCES ELAST	IQUES DE LA VAPEUR.	FORCES ÉLASTIQ	UES DE LA VAPEUR.
MERCURE.		MERCURE.	
T.	F.	Т.	F.
0,0	0,0200	270	123,01
10	0,0268	280	155,17
20	0,0372	290	194,46
30	0,0530	300	242,15
40	0,0767	310	299,69
<u>.</u> 50	0,1120	320	368,73
60	0,1643	330	450,91
70	0,2410	340	548,35
80	· 0,3528	350	663,18
90	· 0,5142	, 36o	797,74
. 100	o,7455	370	954,65
TIO·	1,0734	3 8o	1136,65
120	1,5341	390	1346,71
. 130	2,1752	400	1587,96
140	3,0592	410	1863,73
150	4,2664	420	2177,53
160	5,9002	430	2533,01
. 170	8,0912	440	2933,99
180	11,00	45o ·	3384,35
190	14,84	460.	3888,14
* 200	19,90	470	4449,45
210	26,35	480	5072,43
220	34,70	490	5761,32
230	45,35	500	6520,25
240 ·	58,82	510	7353,44
250	75,75	. 520	8264,96
260	. 96,73		

» Les températures se rapportent ici au thermomètre à air. L'ébullition du mercure se fait assez régulièrement sous les pressions plus faibles que celle de l'atmosphère. Sous la pression atmosphérique, les soubresauts commencent; ils deviennent de plus en plus énergiques à mesure que la pression augmente, et sous la pression de 10 atmosphères les chocs sont tellement violents, qu'ils produisent un bruit aussi fort que celui d'un marteau de forge qui frappe sur une enclume. On peut craindre à chaque instant que l'appareil ne vole en éclats.

TABLEAU Nº IV.

LIQUIDES TRÈS-VOLATILS, GAZ LIQUÉFIÉS.

ACIDE SULFUREUX.	AMMONIAQUE.	ACIDE SULFHYDRIQUE.
T. F.	T. F.	т
— 30 mm	- 78,2 157,95	— 78,2 441,42
- 25 373,79	- 40 528,61	— 30 2808,57
- 20 479,46	- 35 684,19	<u>~ 25 3508,02</u>
— 15 607,90	- 30 ×876,58	- 20 4273,01
- 10 762,49	÷ 25 . 1112,12	— 15 .5 090,18
<u> </u>	- 20 1397,74	— 10 5945 ,00
0 / 1165,06	- 15 1740,91	- 5 6 822 ,74
+ 5 1421,14	- 10 2149,52	0 7709,27
+ 10 (1719,55)	- 5 2632,25	
+ 15 2064,90	0 3162,87	
29 2462,05	+ 5, 3854,47	
25 2915,97	10 4612,19	
30 3431,80	15 5479,86	
35 4014,78	20 6467,00	
40 4670,23	25 7581,16	
45 = 5403,52	30 8832,20	
50 6220,01	35 10144,00	
55 7125,02	40 11776,42	
60 8123,80		

» La condensation des gaz s'opérait dans l'appareil meme qui devait servir à la détermination des forces élastiques et que l'on avait disposé de façon à pouvoir le purger ensuite complétement des dernières traces d'air ou de tout autre gaz qui pouvaient s'y trouver. La liquéfaction de l'acide sulfureux se faisait facilement sous la pression ordinaire de l'atmosphère lorsque l'appareil plongeait dans un mélange réfrigérant. Pour l'ammoniaque et pour l'hydrogène sulfuré, on plongeait l'appareil dans un mélange de glace et de chlorure de calcium cristallisé, puis on y comprimait le gaz avec une pompe foulante à main. Il faut avoir soin seulement de remplacer les graisses ordinaires des pompes par des huiles fixes, non saponifiables. Une pression de 2 à 3 atmosphères suffit pour liquéfier ainsi autant de gaz ammoniac que l'on veut; mais, pour l'hydrogène sulfuré, il faut porter la pression jusqu'à 7 ou 8 atmosphères.

» J'ai eu occasion de faire ces liquéfactions de gaz, sur de grandes proportions, pour des recherches dont je présenterai prochainement les résultats à l'Académie, notamment pour la détermination des chaleurs latentes de vaporisation, sous diverses pressions, des liquides très-volatils, et pour chercher les quantités de chaleur que leurs gaz absôrbent dans la détente. J'indiquerai ici brièvement le procédé que j'ai employé.

» Je prépare l'acide carbonique gazeux en faisant arriver, d'une manière continue et réglée, de l'acide chlorhydrique convenablement étendu sur du marbre concassé et renfermé dans un tres-grand flacon en verre. La dissolution privée d'acide, et chargée de chlorure de calcium, s'écoule à mesure qu'elle se produit; le gaz acide carbonique se rend dans un gazomètre de rmètre cube de capacité. Une pompe foulante, à plusieurs corps de pompe, et mue par ma machine à vapeur, puise le gaz dans le gazomètre en lui faisant traverser préalablement des matières desséchantes. Elle refoule le gaz dans un premier récipient de 3 à 4 litres de capacité, qui sert seulement de régulateur; le gaz passe ensuite, librement, dans l'appareil où il doit se condenser et qui plonge dans un mélange réfrigérant de glace et de chlorure de calcium cristallisé. Le gaz non condensé se rend dans un second récipient fermé de 5 litres, placé à la suite de l'appareil. C'est dans ce dernier récipient que se rendent l'air et les gaz étrangers non liquéfiables, que l'on peut faire sortir, de temps en temps, en ouvrant un robinet.

» La même disposition peut servir à liquéfier, en grandes quantités, le protoxyde d'azote, l'hydrogène sulfuré. Mais pour ces gaz qui s'altèrent facilement au contact des graisses et des pistons des pompes, j'emploie une pompe foulante spéciale, dans laquelle le gaz n'est en contact qu'avec le

mercure. Cette pompe se compose de deux corps de pompe, égaux, en fonte de fer et réunis en U. Le premier corps de pompe est alesé; il contient le piston plein qui, dans son mouvement, agit uniquement sur une quantité de mercure remplissant exactement l'un des corps de pompe. Le système des deux soupapes, aspirante et foulante, est monté sur le second corps de pompe. On conçoit que, par cette disposition, le gaz n'arrive jamais au contact du piston, ni des parois graissées.

» L'ammoniaque liquide, à cause de sa grande capacité calorifique, de sa grande chaleur latente de vaporisation, de la facilité avec laquelle on la prépare et qu'on la recueille ensuite quand elle a pris l'état gazeux, a surtout fixé mon attention. Je me proposais de m'en servir principalement pour obtenir des basses températures, très-stationnaires, en la faisant bouillir sous diverses pressions. Je prépare l'ammoniaque gazeuse en faisant arriver, d'une manière continue, un filet de dissolution concentrée d'ammoniaque dans un manchon en cuivre renfermé dans une petite chaudière qui contient de l'eau maintenue en ébullition par une lampe à gaz. Le manchon se trouve ainsi toujours enveloppé de vapeur d'eau bouillante; l'ammoniaque coule, en spirale, le long des parois, et la liqueur, presque privée d'ammoniaque, s'écoule par une tubulure inférieure plongeant de plusieurs décimetres dans le liquide précédemment écoulé. Le gaz ammoniac, aspiré par la pompe, traverse plusieurs récipients en cuivre, remplis de fragments de chaux sodée; la pompe règle, elle-même, la production du gaz et l'envoie dans le récipient plongé dans un mélange réfrigérant de glace et de chlorure de calcium hydraté. A l'aide de cette disposition, on peut obtenir facilement, en quelques heures, plusieurs litres d'ammoniaque liquide.

» Pour soumettre un appareil à une température basse stationnaire, on l'ajuste hermétiquement dans le récipient à condensation, et l'on comprime le gaz ammoniac dans ce récipient plongé dans un mélange réfrigérant. Lorsqu'il est suffisamment rempli de liquide, on enlève le mélange réfrigérant et l'on met le récipient en communication avec un de mes grands réservoirs à air, où l'on maintient la pression rigoureusement stationnaire, plus grande ou plus petite que celle de l'atmosphère. L'ammoniaque distille ainsi, sous des pressions aussi faibles que l'on veut, et qu'il est facile de maintenir parfaitement constantes pourvu qu'on empèche le gaz ammoniac d'arriver jusqu'au réservoir d'air. A cet effet, on place en avant de ce réservoir un vase cylindrique renfermant de la glace en fragments qui, en se liquéfiant, redissout l'ammoniaque presque en entier, enfin un second vase cylindrique rempli de gros fragments de pierre ponce imbibée d'acide.

- v J'espérais obtenir, à l'aide de cette disposition, des températures basses, parfaitement stationnaires, mais il n'en est rien par les raisons que j'ai exposées plus haut (page 1065). On n'obtient une certaine régularité qu'en faisant passer, à travers l'ammoniaque liquide, un courant continuel de petites bulles d'air qui traversent un pommeau d'arrosoir, brassent continuellement le liquide et détruisent sa viscosité. Un thermomètre à air doit être placé en contact avec l'appareil en expérience, il plonge entièrement dans l'ammoniaque liquide. A l'aide d'une vis régulatrice, on règle l'arrivée des bulles d'air pour maintenir le thermomètre stationnaire.
- M. Kummer, récemment élu à une place de Correspondant pour la Section de Géométrie, adresse ses remerciments à l'Académie.

RAPPORTS.

GÉOGRAPHIE — Rapport sur un Mémoire intitulé: « Etudes sur l'ethnographie, la physiologie, l'anatomie et les maladies des races du Soudan », par M. Peney, inédecin en chef des armées du Soudan égyptien.

(Commissaires, MM. Jomard, Daussy, Cordier, Moquin-Tandon, Montagne, Geoffroy-Saint-Hilaire, J. Cloquet rapporteur.)

- « Messieurs,
- » Si les instructions tracées par l'Académie, en 1856, pour l'expédition dirigée à la recherche des sources du Nil, n'ont pu servir aux savants pour lesquels elles avaient été rédigées, elles n'en ont pas moins eu une certaine utilité; c'est un appel fait à tous ceux qui se trouvent à même d'étudier l'intérieur de l'Afrique, et le Mémoire dont nous allons avoir l'honneur de vous rendre compte, prouve que cet appel a été entendu.
- » L'auteur, en effet, déclare que c'est dans le but de répondre à quelquesunes des questions posées par l'Académie, qu'il a fait son travail, et dans la première partie, qui seule nous est parvenue, il s'occupe en effet de plusieurs des points signalés par l'Açadémie.
- » Vous vous rappelez, Messieurs, que notre savant collègue de l'Académie des Inscriptions, M. Jomard, avait divisé les contrées à explorer en deux régions, l'une plus connue, s'étendant de Khartoum, au 4^e degré de latitude nord, l'autre placée au delà, et presque entièrement inconnue.
- » Les études de M. Peney portent uniquement sur la première région qui, limitée par la mer Rouge, l'Abyssinie et les provinces Galla à l'ouest, le royaume de Four et le Fertill à l'est, constitue le Soudan égyptien.
 - » Les populations qui occupent cette vaste étendue offrent une variété

de types infinie; toutes ces variétés cependant peuvent se grouper en deux grandes familles, la race indique et la race arabe.

- " La première, composée de peuplades sédentaires, laborieuses, parle des idiomes dérivés tous d'une même langue, « dont on rencontre encore » les restes, non-seulement dans la Nubie, mais aussi dans toute la pro» vince de Taka, ancienne île de Méroë. »
- » La seconde, formée des émigrants d'Asie, évitant de s'allier avec la race indigene, ayant conservé la langue et les habitudes nomades de leurs pères, et uniquement occupés du soin de leurs troupeaux.
- Doubles habitants du Soudan, hommes et femmes, portent le même costume, composé d'une chemise et d'un caleçon de coton, recouverts d'une vaste pièce d'étoffe blanche.
- » La tête reste nue et n'est protégée que par les tresses nombreuses d'une chevelure toujours épaisse : protection bien insuffisante contre les ardeurs du soleil des tropiques, mais que vient compléter l'usage du delkà, espèce de pâte composée d'huile et de diverses substances dont ils se font, tous les soirs, oindre toute la surface du corps.
- » M. Peney fait remarquer que cette pratique a pour effet de diminuer l'intensité de la transpiration, de maintenir la peau dans un état constant de souplesse, et par conséquent de préserver les habitants du Soudan de ces affections cutanées si communes et quelquefois si graves en Égypte, mais aussi, et par cela même, de rendre chez eux plus fréquentes les maladies de l'abdomen et des articulations.
- » Après avoir traité du costume des Soudaniens, l'auteur s'occupe de leur nourriture, dont la base est une pâte formée avec le sorgho et une espèce de millet, dont ils font diverses espèces de pains, et même une boisson.
- lls y joignent plusieurs variétés de haricots, de courges, de racines, de pasteques, de champignons, ainsi que du gibier et du poisson, autant que leurs engins défectueux leur permettent d'en capturer.
 - De n'est que dans les grandes occasions qu'ils mangent de la viande.
- » Mais il existe, sous ce rapport, une différence tranchée entre les habitants du Soudan, les Abyssins et les nègres.
- Tandis que les premiers et les seconds ne mangent que les animaux abattus pour cet usage, les nègres ne mangent, au contraire, que ceux qui meurent d'accident ou de maladie; et tandis que les habitants du Soudan mangent la viande bouillie ou rôtie, les Abyssins et les nègres la mangent crue.
 - » Il ne faudrait cependant pas attribuer au palais des Soudaniens une

trop grande délicatesse, car les condiments qu'ils emploient sont non-seulement de l'assa-fœtida et du piment de la plus forte espèce, mais de la bile même qui leur sert à assaisonner le foie qu'ils mangent cru et haché.

- » Le docteur Steinroth a publié l'année dernière, en Allemagne, une brochure qui a fait une certaine sensation, sur la chair coulante et son exploitation rationnelle. Il proposait de saigner périodiquement les animaux domestiques pour se nourrir de leur sang, et se fondait, pour faire accepter sa méthode, sur ce qu'elle était très-répandue chez un grand nombre de peuplades de l'Afrique, et en particulier chez les Adjébas.
- » M. Peney cite en effet cette particularité, sans prétendre, il est vrai, faire entrer le procédé dans les mœurs européennes : « Chez les Adjébas, » dit l'auteur, tribu nègre qui habite un des affluents de la rivière Sobath, » on a l'habitude de pratiquer des saignées sur les troupeaux pour boire » le sang, soit pur, soit mélangé avec le lait des femelles.
- » Cet élément se prend indifféremment à l'état de crudité ou bien bouilli, » et il est la principale nourriture de cette peuplade qui méprise l'agricul-» ture, ne possède aucune céréale et qui, à l'exemple de toutes les autres » tribus nègres, ne sacrifie jamais d'animal domestique dans le but de s'en » repaître.
- » Chaque saignée peut se répéter impunément, et durant plusieurs années sur le même animal, à sept ou huit jours d'intervalle. »
- » La gomme, si commune dans le Soudan, n'est employée comme aliment que dans les temps de disette et sous la pression d'une absolue nécessité; c'est qu'elle n'est pas capable de nourrir l'homme.
- "Au bout de quelques jours de régime à la gomme, dit M. Peney, les malheureux qui n'ont que cette substance pour toute alimentation commencent à maigrir; la coloration du derme s'altère...., ils ne tardent pas à tomber dans le marasme et à périr d'inanition. L'auteur donné, à cette occasion, des détails intéressants sur la production et la récolte de cette substance; il nomme la plupart des nombreuses espèces d'acacias qui la produisent, avec tant d'abondance d'ailleurs, qu'on en récolte chaque année, dans le Soudan égyptien, plus de cent mille quintaux, sans prendre d'autre peine que de la ramasser ou de la détacher des arbres si on veut l'avoir pure.
- » Enfin, là comme ailleurs, les boissons fermentées sont connues et largement consommées; le vin, l'hydromel, la bière ont leurs représentants au Soudan; on y sait même distiller et se procurer de l'eau-de-vie.
- » Rien dans les mœurs ne caractérise mieux peut-être la barbarie que ces opérations cruelles que s'infligent les peuples sauvages.

- » Dans notre société même, ne voyons-nous pas les hommes les moins civilisés retenir quelques traces de ces affreuses coutumes et se tatouer, sinon la face, au moins d'autres parties du corps moins apparentes.
- » Sous ce rapport, le Soudan n'a rien à envier aux autres pays. C'est d'abord le tatouage plus ou moins compliqué, plus ou moins étendu, suivant les diverses peuplades; c'est ensuite l'infibulation, horrible pratique qui soumet les femmes, pendant leur jeunesse, à trois opérations successives, douloureuses, graves, et parfois mortelles, comme le prouve M. Peney; ce sont enfin diverses opérations pratiquées sur les dents et les gencives.
- » Les Soudaniens prétendent que dans la racine des dents se trouve un ver, que ce ver est la cause des accidents de la dentition, et, pour en délivrer leurs jeunes enfants, ils enfoncent dans leur gencive un clou avec lequel ils font sauter la dent avant même sa sortie.
- » Les nègres ont une coutume plus singulière et qui n'a pas pour excuse une thérapeutique erronée; ils arrachent à leurs enfants les quatre incisives, et comme l'opération se fait après la septième année, la mutilation dure autant que la vie.
- » Quelques tribus enfin se façonnent avec la lime les incisives, de manière à leur donner la forme des canines. Ces tribus passent pour être anthropophages chez les Soudaniens qui leur donnent le nom caractéristique de mangeurs par excellence, *Niam-Niam*. M. Peney pense que cette accusation n'est pas toujours fondée; il lui paraît cependant certain que dans quelques contrées méridionales qui avoisinent le Darfour il existe des peuplades d'anthropophages; c'est aussi l'opinion du cheik Mohammed-el-Tounsy.
- » L'auteur s'occupe ensuite de l'anthropologie, et s'efforce de répondre à plusieurs des questions posées par l'Académie. Des observations nombreuses lui ont prouvé que le nègre, l'Abyssin, le Galla, et en général toutes les races de couleur, n'arrivent pas au monde avec la teinte qui leur est propre; les petits nègres sont de couleur cuivrée; mais dès l'âge d'un an, à Alexandrie et à Constantinople aussi bien qu'au Soudan, ils ont atteint la couleur qu'ils conservent toujours. Il existe une différence pour les mulâtres; chez eux la coloration se développe plus lentement, et ce n'est guère que vers la septième année qu'elle est complète. Le pigment est secrété avec une telle abondance chez les nègres, que dans les cicatrices rèsultant du tatouage il s'insinue entre les parties sous-jacentes et donne lieu à une masse noire, qu'on prendrait facilement pour de la mélanose, lorsqu'on dissèque les renflements ainsi produits, et que les grandes cica-

trices acquièrent toujours rapidement la coloration du reste de la peau.

- » M. Peney nie absolument l'existence des hommes à coccyx saillant. Il a eu l'occasion de voir certaines peuplades qui sont dans l'usage de s'attacher au bas de la colonne vertébrale une queue d'animal pour tout vêtement; vue de loin, cette queue paraît appartenir à l'individu, et il ne doute pas que ce ne soit là tout ce qu'il y a de vrai dans le récit des voyageurs.
- » Enfin, dans un espace de dix-huit années, il n'a pas constaté un seul fait d'albinisme complet; il a souvent, au contraire, rencontré des cas d'albinisme partiel.
- » Telle est, Messieurs, l'analyse du travail de M. Peney; l'auteur a mis à profit le long séjour qu'il a fait au Soudan pour observer à loisir ce pays encore si peu connu; il l'a fait en homme instruit et judicieux; aussi nous avons l'honneur de proposer à l'Académie de déposer le Mémoire de M. Peney dans ses archives, de remercier l'auteur de son intéressante communication et de l'engager à envoyer la seconde partie de son travail. »

Les conclusions de ce Rapport sont adoptées.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — Cicatrices noires chez les blancs dans certaines contrées.

- α A la suite de la lecture du Rapport précédent, M. DE QUATREFAGES rappelle que M. d'Abbadie a observé sur lui-même que, sous l'influence du climat de l'Abyssinie, les cicatrices, au lieu de présenter la couleur ordinaire, présentaient une couleur très-foncée. Deux autres voyageurs, MM. Coquerel fils et Daly, ont affirmé à M. de Quatrefages avoir fait aussi sur euxmêmes des observations semblables : le premier pendant son séjour à Madagascar, le second pendant ses voyages dans l'Amérique centrale. »
- « M. Boussingault déclare que, pendant son séjour dans l'Amérique équatoriale, il a observé bien des blessures et bien des cicatrices chez des hommes de race blanche, et que jamais il ne les a vues présenter une teinte différente de celle qu'on observe en Europe. »
- « M. Flourens. Sans prétendre prononcer sur des faits que je n'ai pas vus, et qui auraient besoin d'être étudiés, je crois qu'on pourrait trouver l'explication des différences annoncées, relativement à la coloration des cicatrices dont il s'agit, dans la différence de profondeur des blessures.

» J'ai fait voir, dans un Mémoire lu à l'Académie en 1836 (1), qu'il existe un lame particulière du derme, que j'appelle lame pigmentule, parce qu'elle a pour objet de sécréter le pigmentum. On conçoit que, selon que la lume pigmentale aura été plus ou moins lésée, elle aura plus ou moins conservé ou perdu la faculté de reproduire le pigmentum.

» Légèrement altérée, elle pourra reproduire le pigmentum; gravement altérée, elle ne pourra plus le reproduire, et alors la cicatrice restera toujours blanche. C'est ainsi que je l'ai constamment trouvée dans toutes les cicatrices, soit de nègres, soit de Charruas que j'ai eu occasion de voir. Le derme est toujours blanc, même dans les races humaines les plus fortement colorées. »

NOMINATIONS.

L'Académie procède, par la voie du scrutin, à la nomination de la Commission chargée de décerner le grand prix des Sciences Physiques de 1860, question concernant le mode de formation et la structure des spores des champignons.

MM. Brongniart, Decaisne, Moquin-Tandon, Montagne et Tulasne obtiennent la majorité des suffrages.

MEMOIRES LUS.

CHIRURGIE. — Enorme cancroïde ulcéré de la face et des mâchoires. Ablation simultanée de l'os maxillaire supérieur gauche, de la plus grande partie de l'os maxillaire inférieur, ainsi que de toutes les parties molles correspondantes; par M. MAISONNEUVE.

(Commissaires, MM. Velpeau, J. Cloquet.)

- « Le fait sur lequel j'appelle aujourd'hui l'attention de l'Académie m'a paru digne de quelque intérêt en ce que d'abord il vient corroborer l'opinion des chirurgiens modernes sur l'innocuité relative des opérations pratiquées à la face, en second lieu parce que dépassant sous le point de vue de l'étendue toutes les opérations analogues, il est de nature à enhardir les chirurgiens dans leurs entreprises contre les affections cancéreuses.
- » Pierre Bonnet, sabotier, àgé de 59 ans, sourd-muet de naissance, né dans le département de la Lozère, vint à l'hôpital de la Pitié le 24 août 1859

⁽¹⁾ Recherches anatomiques sur le corps muqueux ou appareil pigmental de la peau dan l'Indien Charruas, le nègre et le mulatre, Comptes rendus, t. III, p. 699.

pour y être traité d'un vaste ulcère épithélial du visage, datant dequinze mois. Malgré plusieurs cautérisations énergiques, et l'emploi de l'iodure de potassium à l'intérieur, la maladie n'en continua pas moins ses progrès, de sorte qu'au mois de février 1860 tout le côté gauche du visage était envahi par un vaste ulcère, lequel s'étendait d'une part depuis la paupière inférieure jusqu'à la région sous-maxillaire, et d'autre part depuis le voisinage de l'oreille jusqu'à l'aile du nez et jusqu'au delà de la ligne médiane, sur les lèvres supérieure et inférieure.

- » Les parties correspondantes des os maxillaires supérieur et inférieur participaient à la dégénérescence, les gencives étaient transformées en végétations fongueuses et saignantes, les quelques dents qui persistaient étaient déchaussées et vacillantes, enfin les ganglions sous-maxillaires étaient considérablement tuméfiés.
- » Malgré cet effroyable désordre, malgré la sécrétion incessante d'u ichor sanieux et fétide, l'état général du malade ne présentait pas d'altération profonde; il n'y avait pas de fièvre; l'appétit se soutenait ainsi que le sommeil; le moral surtout était excellent, et le malade implorait avec instance une opération. Dans ces conditions je crus devoir tenter encore un dernier effort, et fis comprendre au malade qu'on pourrait peut-être lui conserver la vie, mais qu'il lui faudrait pour cela subir une énorme mutilation. Cette proposition ayant été accueillie, je procédai à l'opération le 23 février 1860 de la manière suivante:
- » Premier temps. Portant la pointe d'un bistouri convexe dans le silion nasolabial, je dirigeai mon incision, 1° de haut en bas un peu au delà du milieu de la lèvre supérieure; 2° de bas en haut, sur le côté du nez jusqu'à l'angle interne de l'œil; 3° transversalement sous la paupière inférieure, jusqu'au devant de l'oreille; 4° de haut en bas jusqu'au-dessous de l'angle de la mâchoire; 5° transversalement encore sous le bord du maxillaire inférieur jusqu'au delà de la ligne médiane; 6° enfin, de bas en haut jusqu'au bord libre de la lèvre inférieure. Deuxième temps. Après quelques dissections pour mettre à découvert les os malades, je fis au moyen des cisailles de Liston la résection de l'os maxillaire supérieur presque en totalité, en ayant soin de laisser intact le voile du palaïs. Troisième temps. Passant ensuite au maxillaire inférieur, je fis avec la scie à chaîne la section de cet os, d'une part au niveau de la dent canine droite, d'autre part au-dessous de l'apophyse coronoïde gauche.
- » Avant de terminer l'ablation de cette partie osseuse et de diviser l'insertion de la langue aux apophyses genies, cette organe fut maintenu au

moyen d'un fil passé dans son épaisseur pour empêcher que son poids ne l'entraînât en arrière et ne produisît la suffocation.

- » Après cette énorme mutilation il n'eût été ni prudent ni même possible de pratiquer une opération autoplastique. Je me contentai de panser la plaie à plat, je chargeai l'interne de service de surveiller attentivement la langue, que j'avais pris la précaution de fixer aux pièces extérieures de l'appareil au moyen d'un fil passé dans son épaisseur; puis, comme la déglutition était devenue impossible, je recommandai d'introduire plusieurs fois dans la journée la sonde œsophagienne pour alimenter le malade et lui donner quelques boissons.
- * Examen des tissus malades extirpés. Les os étaient le siége d'une destruction profonde, ils avaient à peine conservé le tiers de leur volume normal. Leur surface était rugueuse et inégale et leurs bords alvéolaires complétement détruits. Les parties molles, examinées au microscope, contenaient une grande quantité de cellules épithéliales.
- » Les suites immédiates de cette opération furent beaucoup plus simples qu'on n'aurait pu s'y attendre; c'est à peine s'il se manifesta de la fièvre, le malade reposa une partie de la nuit.
- » Les jours suivants, la plaie se détergea graduellement, une bonne suppuration s'établit et le travail de réparation commença à se manifester. Le fil qui retenait la langue, étant devenu inutile, fut enlevé le quatrième jour; mais la déglutition restait toujours impossible. Seulement le malade, qui était plein d'intelligence et d'énergie, s'exerça à introduire lui-même la sonde œsophagienne, de sorte qu'il lui était facile de prendre à volonté des boissons et des aliments liquides. Cet état dura jusqu'au 15 mars. A cette époque, les attaches de la langue ayant acquis une solidité suffisante, la déglutition commença à s'exercer d'une manière convenable et l'on put supprimer l'usage de la sonde. Peu à peu la puissance rétractile du tissu cicatriciel réduisit les dimensions de cette énorme perte de substance; de plus, la rigidité de ce tissu permettant aux muscles divisés de retrouver un point d'appui solide, la langue, les lèvres et la partie droite de la mâchoire recouvrirent leurs mouvements de façon à rendre assez facile la préhension des aliments.
- » Pendant quelques semaines encore, je surveillai attentivement l'état de la cicatrice, et, voyant qu'elle restait parfaitement pure de toute récidive, je fis construire un obturateur en forme de demi-masque, destiné à reconstituer la forme du visage; et, lorsque le malade sortit le 20 avril 1860 pour retourner dans son pays, il se trouvait dans l'état le plus satisfaisant,

la cicatrice ne présentant rien qui pût faire soupçonner une reproduction de la maladie. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. LE MINISTRE DE L'INSTRUCTION PUBLIQUE transmet un nouveau Mémoire sur la résolution des équations, par M. F.-F. Bouquet, instituteur à Poix (Marne), et invite l'Académie à lui faire connaître le jugement qui aura été porté sur ce travail et sur celui que l'auteur avait précédemment présenté.

Ce Mémoire est renvoyé à l'examen des Commissaires déjà désignés : MM. Liouville, Bertrand.

PHYSIOLOGIE. — Note sur la fermentation alcoolique; par M. L. PASTEUR.

(Commissaires précédemment nommés: MM. Duméril, Chevreul, Milne Edwards, Decaisne, Cl. Bernard.)

- « M. Berthelot a soumis à l'Académie dans sa séance du 28 mai dernier une Note intitulée, Sur la fermentation glucosique du sucre de canne, au sujet de laquelle j'ai besoin de présenter quelques observations.
- » Chacun sait que le sucre de canne mêlé à de la levûre de bière éprouve deux modifications: l'une qui le change en sucre déviant à gauche la lumiere polarisée, c'est ce qu'on appelle l'inversion du sucre; l'autre qui est la fermentation proprement dite, c'est-à-dire la production de l'alcool, de l'acide carbonique, de la glycérine, etc.
- » La Note de M. Berthelot a pour objet de montrer que l'extrait liquide de la levûre peut intervertir le sucre sans lui faire éprouver la fermentation proprement dite.
- « L'extrait de levûre, dit-il, se borne à intervertir le sucre sans lui faire » éprouver la fermentation alcoolique et sans donner lieu au développe-» ment immédiat d'êtres organisés. »
 - » Puis il ajoute:
- « L'extrait de la levûre renferme donc un ferment particulier soluble dans » l'eau et capable de changer le sucre de canne en sucre interverti. »
- "» Je rapporte les résultats de M. Berthelot tels qu'il les donne, sans en répondre autrement.
- » On voit, dans tous les cas, par les paroles mêmes de M. Berthelot, qu'il appelle ici ferment des substances solubles dans l'eau, capables d'intervertir le sucre. Or tout le monde sait qu'il y a une foule de substances jouissant de cette propriété, par exemple tous les acides.

- » Pour moi, lorsqu'il s'agit de sucre de canne et de levûre de bière, je n'appelle ferment que ce qui fait fermenter le sucre, c'est-à-dire ce qui produit de l'alcool, de l'acide carbonique, etc. Quant à l'inversion, je ne m'en suis pas occupé. Relativement à la cause qui la détermine, je n'ai fait que proposer un doute en passant, dans une note du Mémoire où je viens de résumer trois années d'observations sur la fermentation alcoolique.
- » Par conséquent, l'opposition que M. Berthelot croit trouver entre mes énoncés et les faits réels, tient seulement à l'extension qu'il donne au mot ferment, tandis que je l'ai toujours et uniquement appliqué aux substances qui produisent les fermentations proprement dites. »

CHIMIE APPLIQUÉE. — Détermination des matières organiques des eaux : eaux de la Seine, de la Bièvre, eau distillée; par M. Em. Monnier.

(Commissaires précédemment nommés: MM. Pelouze, Peligot.)

- « Parmi les réactifs proposés jusqu'à présent pour déceler et doser approximativement les matières organiques des eaux, le permanganate de potasse doit être mis au premier rang. Le poids de ce sel décomposé étant sensiblement proportionnel à celui des matières organiques, le problème est donc ramené à déterminer en milligrammes le poids du permanganate décoloré pour i litre de ces eaux.
- » En prenant cette base, voici les résultats que nous trouvons pour nos essais. Les eaux des puits de Paris décomposent de 3 à 12 milligrammes par litre. Les eaux les plus chargées en matières organiques sont celles de la rue Saint-Antoine.
- » Les eaux de la Seine à Bercy (amont) décomposent 6 milligrammes de permanganate par litre, et à Passy 7^{mil}, 1; il y a ici une augmentation tres-notable dans le pouvoir décolorant des eaux prises en aval : elle est due évidemment aux matières organiques dont se chargent les eaux de la Seine en traversant Paris; les matières étrangères d'une composition fort complexe proviennent des égouts et surtout de la Bièvre; en effet, ces dernières eaux décomposent jusqu'à 58 milligrammes de permanganate par litre : les eaux de la Bièvre renferment donc environ dix fois plus de matières oxydables que celles de la Seine en amont.
- » Eaux d'usine. Pour déterminer le degré d'altération des eaux d'une rivière traversant quelques usines, telles que distilleries, amidonneries, etc., il suffira de faire l'essai comparatif des eaux prises en amont et en aval de ces usines: on aura immédiatement, d'après le réactif décomposé, l'accroissement approximatif des matières organiques en aval. Ce sont des essais

d'une grande simplicité, qui donnent, quelles que soient les substances insalubres, une idée exacte sur l'altération des eaux d'une rivière par les produits d'une usine.

- » Eau distillée. L'eau distillée renferme souvent des quantités appréciables de matières organiques; les eaux distillées du commerce décomposent par litre de 1 à 3 milligrammes de permanganate; on peut obtenir une eau totalement privée de ces substances en la distillant avec un peu de permanganate de potasse. Si l'on donne à cette eau ainsi obtenue une coloration rosée à peine visible, cette faible nuance de teinte pourra sé maintenir une dizaine de jours, même en présence de la lumière. L'eau obtenue par cette méthode sera employée pour la préparation des liqueurs titrées.
- » Liqueur titrée. La liqueur que nous employons pour nos essais se prépare en dissolvant i gramme de permanganate pur dans i litre d'eau distillée; chaque centimètre cube de cette liqueur correspond à i milligramme de ce sel. Si le réactif est chimiquement pur, il doit décomposer pour i gramme, 18°, 992 d'acide oxalique C²O³, 3HO + O = 2CO² + 3HO.
- » Marche à suivre pour l'essai d'une eau. On verse dans un matras ½ litre d'eau que l'on porte à 70 degrés, on y ajoute, à l'aide d'une pipette, i centimètre cube d'acide sulfurique pur, puis on verse la liqueur titrée, de manière à obtenir une coloration bien persistante; le nombre de centimètres cubes versés donne immédiatement en milligrammes le poids du réactif décomposé pour i litre d'eau. A une température de 70 degrés environ, l'oxydation des matières organiques marche rapidement; à la température ordinaire, il faudrait plus de vingt-quatre heures pour qu'elle fût complète. »

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — Mémoire sur les efforts que supportent la tôle et les rivets des chaudières à vapeur cylindro-sphériques; par M. Mahistre.

(Commissaires, MM. Combes, Clapeyron.)

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — Sur une question concernant l'établissement des piles de pont à plusieurs arches; par M. Beau de Rochon.

(Commissaires, MM. Poncelet, Clapeyron.)

CHIRURGIE. — Nouvelle méthode opératoire pour la hernie étranglée;
par M. de Lignerolles.

(Commissaires, MM. Velpeau, J. Cloquet, Jobert de Lamballe.)

CHIRURGIE. — Note sur l'application de la méthode galvano-caustique de Middeldorpf au redressement de l'œil dévié par suite de l'atonie ou de la paralysie d'un des muscles moteurs; par M. TAVIGNOT.

(Commissaires, MM. Becquerel, Velpeau, J. Cloquet.)

M. E. Blanc-Garin soumet au jugement de l'Académie un Mémoire ayant pour titre : « Essai sur la Trigonométrie générale ».

(Renvoi à l'examen de MM. Bertrand, Serret.)

MADAME MARIA HENRY, de Nîmes, présente des considérations sur la maladie des vers à soie, et sur un moyen qu'elle a imaginé pour en arrêter le développement d'après la cause qu'elle lui supposait, moyen qui dans un premier essai a semblé réussir pleinement et qu'elle désirerait voir soumis à des expériences faites sur une plus grande échelle.

(Renvoi à la Commission des vers à soie.)

CORRESPONDANCE.

- « M. Babiner présente de la part de M. Komaroff une clepsydre à air que ce dernier a récemment rapportée de Londres, et de laquelle M. Babinet se propose d'entretenir plus au long l'Académie. »
- M. ÉLIE DE BEAUMONT présente, au nom de l'auteur M. d'Avezac, un opuscule ayant pour titre : « Aperçus historiques sur la boussole et ses applications à l'étude des phénomènes du magnétisme terrestre ».
- M. ÉLIE DE BEAUMONT présente, au nom de M. Marcel de Serres, un exemplaire de la troisième édition de l'ouvrage intitulé : « De la Cosmogonie de Moïse comparée aux faits géologiques. »
- PALÉONTOLOGIE. Des coprolites des terrains tertiaires éocènes des environs d'Issel (Aude); par M. MARCEL DE SERRES.
- « Les terrains tertiaires d'Issel ont acquis un certain renom depuis l'époque où Cuvier a fait connaître les Pachydermes qui en ont foulé le sol dans les temps géologiques. Ces Pachydermes se rapportent aux Lophiodon

et aux *Palæotherium*. Ces animaux ont été contemporains de grands crocodiles et de tortues de terre, dont les dimensions rappellent celles des tortues des Indes qui ont les mêmes stations. C'est probablement des premiers de ces reptiles ou des crocodiles que sont provenus les coprolites des environs de Castelnaudary.

- Les formations crétacées paraissent avoir été les premières chez lesquelles on ait rencontré ces corps singuliers que l'on avait rapportés, à raison de leur forme, à des cônes de mélèze. On les considéra donc comme des fruits de ces végétaux, et ils passèrent comme tels jusqu'à l'époque où Buckland ayant reconnu leur véritable origine, prouva qu'ils étaient des fèces de poissons.
- » Ce géologue en rencontra d'autres analogues dans des terrains plus anciens, c'est-à-dire dans le lias; il fit remarquer que ceux-ci devaient probablement appartenir aux Ichthyosaures ou aux Plésiosaures ou à tout autre genre de reptiles. Enfin le même observateur en ayant aperçu dans des dépôts plus récents ou les formations quaternaires, sentit fort bien que les coprolites des cavernes à ossements devaient se rapporter à des espèces tout à fait différentes de celles qu'il avait découvertes dans le lias. Il jugea que ces excréments se rattachaient à des animaux carnassiers, principalement aux hyènes, espèces caractéristiques des cavités souterraines, du moins de celles où l'on en voit des vestiges réunis à d'autres carnivores. Depuis lors, nous en avons rencontré de pareilles dans une infinité de cavités ossifères du midi de la France ainsi que dans les sables marins pliocènes de la même contrée, sables où les Album græcum sont cependant fort rares.
- » On n'avait pas encore aperçu des coprolites dans d'autres terrains que ceux que nous venons de signaler; mais ce genre de preuve de l'existence de certaines espèces ne devait pas se borner aux différents ordres de dépôts que nous venons de rappeler. En effet, un jeune et habile docteur de Castelnaudary, voyant l'intérêt que nous portions aux fossiles si abondamment répandus dans les environs de cette ville, nous a adressé un échantillon pierreux, d'une forme peu caractéristique, pour savoir si cet échantillon ne serait pas un véritable coprolite.
- » Pour nous en assurer et répondre aux désirs de M. Marfan, nous avons fait à cet égard quelques recherches; en voici les principaux résultats :
- » Ce coprolite a la forme d'un ovale allongé, dont le grand axe a 10 centimètres et le plus petit à peine 5. Sa couleur est d'un brun noirâtre et sa surface extérieure, quoique assez inégale, est légèrement rugueuse. Ces corps compactes dans leur partie intérieure présentent une cassure lisse, unie, avec

une nuance d'un brun jaunâtre. Quoique assez durs, ils le sont moins que l'apatite et le spath d'Islande. Ce dernier les raye sensiblement, quoique avec une assez grande difficulté. Ils s'approchent donc beaucoup du chiffre 3,1, qui est celui par lequel on exprime la dureté du carbonate de chaux cristallisé.

- » La ténacité de ces corps est très-faible; aussi sont-ils faciles à pulvériser; comme ils sont poreux, ils deviennent très-friables dans l'eau (1). Leur densité, sous leur volume apparent, c'est-à-dire non privés de l'air qu'ils contiennent, est de 2,07, et leur densité en poudre, nécessairement plus considérable, est de 2,46.
- » Ces coprolites ne contiennent pas de matières solubles dans l'eau, mème dans l'eau bouillante, mais une grande quantité de phosphate de chaux, que l'on peut évaluer approximativement à plus de la moitié de leur poids. Quant au carbonate calcaire, il y est en très-faible proportion. L'ensemble des corps qui composent ces coprolites sont infusibles au chalumeau.
- » Nous avons vu qu'à part les reptiles des genres Crocodiles et Tortues, les terrains graveleux d'Issel ne contiennent que des Pachydermes des genres Lophiodon et Palæotherium. Or, pour décider auquel de ces animaux on peut rapporter les coprolites de cette localité, il faut examiner quel est le genre de nourriture dont font usage ces divers animaux.
- » Un seul est carnivore ou se nourrit de matières animales. Ce genre se rapporte aux crocodiles, espèce essentiellement carnassière. Or si nous cherchons à savoir quelles sont celles de l'ancien monde qui nous ont laissé de pareilles traces de leur existence, nous verrons que c'est uniquement parmi celles qui ont de pareilles habitudes et nullement chez les races herbivores.
- » Comment concevoir en effet que des animaux comme les Lophiodon et les Palæotherium, vivant au bord des eaux ou dans des lieux à demi inondés et broutant par conséquent des herbes tendres, constamment humides, dépourvues de tissu ligneux, aient pu absorber avec une pareille nourriture une quantité assez considérable de phosphate de chaux, pour en abandonner dans leurs excréments une proportion de plus de moitié de leur poids.
- » Un pareil rapprochement suffit pour faire comprendre que les mammifères herbivores d'Issel n'ont pas pu laisser de pareils coprolites; ils ne peuvent en effet avoir été opérés que par des animaux éminemment carnassiers, comme l'ont été à toutes les phases de la terre, les crocodiles, les seuls du reste de cette localité qui aient eu de semblables mœurs.

⁽¹⁾ Il s'en détache, aussi plongés dans ce liquide, de nombreux fragments.

» Quoique les essais que nous avons tentés pour reconnaître la nature de nos coprolites n'aient pas encore porté sur la quantité exacte des éléments qui les constituent, ils suffisent cependant pour se faire une idée à peu près exacte de la proportion du phosphate calcaire, composé qui a la plus grande importance dans ces sortes de matières. Cette proportion est si considérable, qu'il ne peut être douteux que les corps singuliers trouvés dans l'Aude ne soient d'origine organique. »

ASTRONOMIE. — Observations astronomiques et physiques sur la comète découverte à Olinda le 26 février 1860, et éléments de la même comète; par M. Emm. Liais.

9 Depuis les observations que j'ai eu l'honneur de communiquer antérieurement à l'Académie, les positions de la comète du 26 février ont été déterminées à l'observatoire de la Commission scientifique le 10, le 12 et le 13 mars 1860. Voici les positions obtenues, corrigées de réfraction:

```
Temps moyen d'Olinda.

10 mars... 7.52. 9,7 \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times -21.57,81; \mathbb{D} \times \mathbb{R} \times -28.53,5 (a), 12 mars... 8.37.58,9 \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times +23.35,66; \mathbb{D} \times \mathbb{R} \times -21.2,0 (b), 8.49.13,1 \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times -26.24,32; \mathbb{D} \times \mathbb{R} \times 16.31,4 (a), 13 mars... 9.19.45,4 \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times +21.37,05; \mathbb{D} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times +21.37,05; \mathbb{D} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R
```

Positions moyennes des étoiles de comparaison le 1er janvier 1860.

(a) =
$$\alpha$$
 Dorade $A = 4.30.58, 70; D = -55.20.9, 4,
(b) = 1185.B.A.C. $A = 3.40.59, 78; D = -54.43.0, 4.$$

» Depuis le 13 mars, la comète n'a pas été revue. L'atmosphère, dans ce temps de l'aunée où commence la saison des pluies, est très-chargée de nuages, et des conditions atmosphériques favorables ne se sont pas présentées pendant les premiers jours du voyage de la Commission pour le sud de la province de Pernambuco, du moins dans les instants où les dispositions du voyage auraient permis d'observer. Ultérieurement, la comète n'a pu être retrouvée, faute d'une puissance optique suffisante de la part des instruments, lesquels ne sont que des instruments de dimensions assez réduites pour les rendre portatifs. Le diamètre de l'objectif de la lunette d'observation était de 3 pouces.

- » Le 10 mars, la seconde nébulosité de la comète, qui était à peine visible le 3, était beaucoup plus brillante qu'à cette dernière date. A 8^h 25^m, elle suivait la première nébulosité de 21 secondes de temps en Æ, et sa déclinaison sud était plus petite que 21 secondes d'arc. Elle était, comme précédemment, sensiblement circulaire et son diamètre employait de 4 à 5 secondes pour passer, ce qui, vu sa déclinaison, lui donnerait un diamètre de 34 à 42 secondes d'arc (1). La partie antérieure de cette nébulosité était la région la plus brillante; mais toutefois la lumière était faible.
- » La première nébulosité était beaucoup moins allongée que lors des observations antérieures. Sa largeur dépassait certainement le double et atteignait presque le triple de celle de la petite nébulosité. Le point brillant avait disparu. La grande longueur était encore sensiblement dans l'arc de grand cercle passant par le soleil, et dans la partie située du côté de cet astre il existait une condensation très-notable et à peu près circulaire de la matière nébuleuse. C'est au centre de cette région condensée qu'ont été rapportées les observations. Le rapport des deux dimensions de la grande nébulosité était sensiblement celui de 2 à 3.
- » Le 11 mars, j'ai revu la comète; mais, au moment où je m'apprêtais à déterminer sa position, les nuages sont venus interrompre les observations. La première nébulosité était sensiblement de même forme et de même grandeur que la veille, mais la condensation de matière qui s'y remarquait ne présentait plus le même aspect. Au lieu d'un centre de condensation, il y en avait deux plus petits placés à peu près sur l'axe de la grande dimension. La seconde nébulosité paraissait d'une intensité uniforme sur tout son pourtour. Elle était beaucoup plus faible que la veille et peu visible.

⁽¹⁾ En relisant ma première communication écrite à la hâte, je m'aperçois que j'ai dit que le 27 février le diamètre de la seconde ou petite nébulosité paraissait de 4 secondes environ. J'ai oublié d'ajouter qu'il s'agissait de seçondes de temps employées à passer, ce qui, vu la déclinaison, donnerait un diamètre de 29 secondes environ. Je ne pus mesurer de la même manière les dimensions de la grande nébulosité, vu que sa forme n'était pas circulaire et que ni sa grande ni sa petite dimension n'étaient dans le sens du mouvement diurne. Je me contentai donc de les estimer, comme je le dis dans ma Note, et cette estimation fut faite par comparaison avec la deuxième nébulosité. Je jugeai que la largeur aurait employé pour passer sous un fil une durée à peu près double de celle de la deuxième comète, ou 8 secondes, et la longueur de 25 à 30 secondes. Ce sont ces mesures que j'ai données dans ma rédaction. Il faut les transformer en arc, ce qui donnerait pour largeur environ 1 seconde et pour longueur de 3' à 3'30". Au reste les dimensions relatives du dessin qui accompagnait ma communication ont déjà pu suffire pour faire voir qu'il ne s'agissait pas de secondes d'arc.

- » Des dessins de l'aspect de la comète, le 10 et le 11 mars, ont été faits par M. Ladislaü de Souza-Mello-Netto, dessinateur de la Commission scientifique. Je les adresse ci-joints à l'Académie.
- » Le 12 mars, la grande nébulosité avait encore la même forme que la veille, mais il n'y avait plus qu'un seul centre de condensation placé à peu près comme le 10, mais plus faible d'intensité et plus grand. Ses dimensions angulaires semblaient toutes agrandies. C'est avec beaucoup de difficultés qu'on distinguait la deuxième nébulosité et seulement par instants.
- » Le 13 mars, il a été impossible de voir aucune trace de la petite nébulosité. La grande présentait un aspect beaucoup plus uniforme que celui des jours précédents. On n'y distinguait plus aucune condensation circulaire de matière nébuleuse, mais une région plus intense décroissant régulièrement d'intensité en tous sens. La comète était presque circulaire, présentant une petite ellipticité, mais peu prononcée. Sa lumière était très-faible. En doublant l'image avec un prisme biréfringent, les deux nébulosités ainsi obtenues étaient très-peu visibles. J'ai utilisé cette faiblesse même des images pour reconnaître la polarisation de la manière suivante. J'ai diminué par un diaphragme l'ouverture de l'objectif jusqu'à ce que les images fussent très-difficiles à voir, et j'ai alors constaté, en faisant tourner le prisme, que l'une des images seulement se voyait quand la section principale du prisme était ou située dans l'arc de grand cercle mené dans la direction du soleil, ou perpendiculaire à cet arc. Dans le premier cas, c'était l'image extraordinaire, dans le second l'image ordinaire. Cette observation indique une polarisation notable dans le plan passant par le soleil, c'est-à-dire une polarisation par réflexion. La comète n'était cependant pas alors dans les conditions du maximum de polarisation, lesquelles doivent avoir lieu quand l'angle entre le soleil et la terre, vus de la comète, est de 90 degrés, car cet angle, d'après les éléments que j'ai calculés et que je donne ci-dessous, n'était que de 50 degrés. J'ai constaté que ni Vénus, ni Jupiter ne donnaient de polarisation sensible dans la région atmosphérique où se projetait la comète, en remarquant que la visibilité des deux images des plus petites étoiles visibles dans la lunette près de la comète n'était pas modifiée en séparant complétement les deux champs, par la rotation du cristal.
- » Le 13, la valeur moyenne du diamètre de la comète estimée par la durée du passage, 19 secondes environ, était de 2'45". Cette estimation est toutefois incertaine et plutôt au-dessous de la vérité, la lumière se fondant insensiblement sur les bords.
 - » Au moyen des premières observations de la comète, que j'ai commu-

niquées antérieurement à l'Académie, j'ai calculé, pour pouvoir continuer de suivre et d'observer cet astre, une première approximation de son orbite, au moyen d'une méthode que j'ai communiquée en 1854 à la Société des Sciences de Cherbourg, et qui donne la distance à la terre par une équation du premier degré. J'ai depuis rectifié ces éléments par la méthode de Laplace en employant la totalité des observations. Je donne ci-dessous les éléments que j'ai obtenus :

Distance périhélie..... = 1,197342

Inclinaison..... = 79°.35′.54″.5

Longitude du nœud asc... = 324. 3.25.4 | Équinoxe moyen du 1er janvier 1860.

Passage au périhélie, le 16 février, à 13h 50m 6s, 5, temps moyen d'Olinda.

Sens du mouvement direct.

- » Ces éléments représentent les observations avec une assez grande approximation. La plus grande différence sur l'ascension droite est de 15,34 le 10 mars, et sur la déclinaison de 21",2 le 12 mars, première comparaison.
- » En comparant ces éléments avec ceux des comètes antérieures, j'ai remarqué qu'ils offrent quelque analogie avec ceux de la deuxième comète de 1845, découverte par MM. de Vico et Faye. Il y a toutefois sur l'inclinaison une différence de 23 degrés. Mais il ne serait peut-être pas impossible de la faire disparaître dans la limite des erreurs d'observation en tenant compte des perturbations éprouvées par la comète de la part de la terre d'une part, et de celle de Saturne ou de Jupiter, suivant que la comète aurait une période égale à l'intervalle des deux apparitions ou à la moitié ou le tiers de cet intervalle. Dans le deuxième cas surtout, elle aurait passé assez près de Jupiter en 1856. De plus, il faudrait tenir compte de ce que les observations de 1845 se rapporteraient alors à la comète totale et celles de 1860 à une de ses portions.
- » Si on supposait identiques les comètes de 1860 et de 1845, il aurait dû exister un passage de cette comète au périhélie en 1785. Or, à cette époque, on trouve dans le catalogue une comète qui, à part la longitude du nœud ascendant, présente dans ses éléments d'assez grandes relations avec celle de 1860. Cette comète est la première de 1785 et passe au périhélie le 27 janvier. Elle fut découverte par Messier et Méchain. Il est remarquable que pour les trois comètes de 1860, 1845 et 1785, la longitude du périhélie dans l'orbite à compter du nœud ascendant est presque égale. L'obstacle à

l'identité, qui est une différence de 60 degrés dans la longitude du nœud ascendant des comètes de 1785 et de 1860, pourrait peut-être disparaître en calculant les perturbations. Quoi qu'il en soit, la coïncidence des intervalles est frappante. Le cinquième de l'intervalle entre les comètes de 1785 et de 1860 est de 15^{ans},011, et l'intervalle entre celles de 1845 et de 1860 est de 14^{ans},822; différence 69 jours seulement, que les circonstances physiques qui auraient brisé la comète, indépendamment même des perturbations, suffiraient à expliquer. Ces relations de dates et les rapports des éléments sont assez grands pour qu'il y ait lieu de rechercher si les perturbations combinées de Jupiter et de la terre ne pourraient pas expliquer les différences.

- » En 1351, les observations chinoises font connaître l'existence d'une comète dont les éléments sont mal déterminés, mais dont, d'après Burckhardt, le mouvement est direct, la distance périhélie peu différente de l'unité, et dont le passage au périhélie eut lieu le 25 novembre. Or en divisant par 29 l'intervalle des passages au périhélie de 1351 et de 1785, on trouve pour quotient 14^{ans},94, nombre qui est exactement la moyenne entre le quart de l'intervalle des passages de 1785 et 1845 et l'intervalle de ceux de 1845 et 1860. Cette nouvelle relation augmente la probabilité à l'identité des comètes de 1845 et 1860.
- » Je ne peux, en ce moment, au milieu d'un voyage scientifique, me détourner de mes travaux ordinaires pour entreprendre un calcul qui peut se faire dans la tranquillité du cabinet. Je crois donc devoir me contenter de signaler les concordances qui précèdent, au lieu de vérifier l'identité par le calcul, comme je l'aurais fait dans toute autre circonstance. »

PALÉONTOLOGIE. — Plantes fossiles de l'île d'Eubée; Lettre de M. A. GAUDRY à M. Élie de Beaumont.

- « J'ai appris que la Grèce renferme un gisement qui pour les plantes fossiles n'est guère moins riche que celui de Pikermi pour les animaux fossiles : c'est le gisement de Koumi, en Eubée. J'ai donc cru devoir interrompre quelque temps les fouilles que l'Académie a daigné me charger d'entreprendre à Pikermi pour me rendre dans l'île d'Eubée.
- » Les plantes abondent à Koumi, et surtout elles sont remarquables par leur belle conservation; il semblerait que plusieurs sont enfouies depuis peu de jours seulement dans la pierre. J'ai trouvé des tiges, des graines et surtout des feuilles; j'ai même découvert un débris de fleur. Les dicotylédonés dominent; parmi les Conifères, je citerai notamment le Taxadium europæum,

que M. Brongniart a décrit, dans le grand ouvrage sur la Morée, comme ayant été rapporté par M. Virlet d'Yliodroma, petite île peu éloignée de l'Eubée. J'ai recueilli encore dans le gisement de Koumi des coquilles lacustres (Paludines, Planorbes, Cyclades). Enfin on y trouve des poissons; mais les débris de ces derniers animaux sont plus rares; je n'ai pu m'en procurer que trois échantillons.

- » Les plantes, les coquilles et les poissons sont réunis dans des marnes tabulaires qui m'ont rappelé le gisement de Monte-Bolca en Italie, si fameux par ses plantes et ses poissons fossiles. Mais les marnes de Koumi sont plus récentes, car elles sont du même âge que celles de Kalamos, de Marcopoulos et d'Oropos dans le nord de l'Attique, et celles-ci, comme je le dirai par la suite dans l'explication qui accompagnera ma carte géologique de l'Attique, ne doivent pas remonter plus loin que la période miocène. J'ai vu des plantes et des coquilles lacustres fossiles dans les falaises de marne blanche qui bordent la mer entre Exolithos et le port de Koumi; mais les marnes qui en renferment en abondance recouvrent des bancs de lignite qui sont situés à 3 kilomètres environ à l'ouest de Koumi, et ont été trèsbien étudiés, il y a plusieurs années, par un savant ingénieur français, M. Sauvage. Ce lignite, qui est un accident de la grande formation des marnes lacustres, présente des troncs d'arbre dont la structure est encore parfaitement reconnaissable. Il est adossé contre les roches secondaires et placé à l'extrême limite du bassin tertiaire auquel il appartient : j'ai été frappé de voir une disposition complétement semblable à Marcopoulos et à Nilési, deux localités de l'Attique où se trouve également du lignite. Malgré l'utilité de ce combustible dans un pays tel que la Grèce, où jamais sans doute on ne découvrira de houille, et où les bois sont toujours très-rares à cause du climat et de la nature du sol, le lignite de Nilési et de Marcopoulos n'est pas exploité, et celui de Koumi ne l'est pas sur une plus grande échelle qu'à l'époque où M. Sauvage le visita; ceci tient à l'absence de bonnes routes pour le transport des matériaux.
- » Je joins à ma Lettre la coupe des terrains dans la localité de Koumi, où les plantes fossiles abondent principalement. Cette coupe va de haut en bas :
- » 1°. Marnes blanches ou grisâtres, généralement assez tendres, qui se lèvent par plaques minces; ces plaques renferment des plantes, des coquilles lacustres, des poissons. Les plantes abondent dans toute la hauteur des couches; les poissons se rencontrent plus souvent dans les assises supérieures (ces assises sont les plus endurcies), et les coquilles se trouvent de

préférence dans les assises inférieures. Puissance : 60 mètres au moins.

- » 2°. Lignite exploité formant cinq bandes de 5 décimètres d'épaisseur en moyenne, séparées par des couches d'argile noirâtre, plastique, grasse au toucher, d'épaisseur qui varie, mais est en moyenne de 3 à 4 décimètres. Puissance : 4 à 5 mètres.
- » 3°. Conglomérat composé de galets généralement petits, d'aspect verdâtre. Puissance : 3 mètres.
 - 4°. Sable argileux vert. Puissance: 3 mètres.
- *» 5°. Conglomérat composé de petits galets peu cimentés, gris-verdâtre. Ce conglomérat, ainsi que celui de la couche 3 et le sable n° 4, est formé des débris des schistes verts, des serpentines et des calcaires crétacés sur lesquels reposent les couches tertiaires. Puissance : 4 mètres.
- » 6°. Roches de la période crétacée très-bouleversées; schistes verts ou macignos gris, alternant avec des calcaires qui sont compactes et gris, ou cristallins et blancs. Puissance : 200 mètres.
- » 7°. Serpentine épanchée dans les calcaires et les macignos de la période crétacée.
- » Les couches tertiaires de cette coupe plongent généralement vers l'ouest-sud-ouest; l'inclinaison peut en moyenne être de 20 degrés. »
- ANALYSE MATHÉMATIQUE. Sur la théorie des fonctions elliptiques et son application à la théorie des nombres; par le P. Joubert, S. J.
 - « Considérons en particulier le cas où $n \equiv 3 \mod 4$; nous avons

(1)
$$F(n) + 2F(n-1^2) + 2F(n-2^2) + \ldots = N-3^n$$
,

et si n est sans diviseurs carrés, il est visible que cette formule coïncide avec celle qui a été donnée par M. Kronecker dans le Mémoire déjà cité. Sinon les deux formules sont distinctes; mais il est bien remarquable qu'on puisse sans difficulté passer de l'une à l'autre.

» Appelons, en effet,

$$n, n', n'', \ldots,$$

les quotients de n par ses diviseurs carrés sans exclure l'unité, et soient

les fonctions numériques analogues à N, 35, et relatives aux nombres n', n'', C. R., 1860, 1er Semestre. (T. L, Nº 24.)

n''',.... Appliquons-leur la formule (1), et ajoutons les résultats obtenus nous aurons

$$F(n) + 2F(n-1^2) + 2F(n-2^2) + ... = \Sigma N - \Sigma^{36}$$

en désignant maintenant par F (D), comme le fait M. Kronecker, le nombre des classes proprement primitives et de leurs dérivées pour le déterminant — D. Or Σ N est égale à la somme de tous les diviseurs de n, comme il est très-facile de le reconnaître. En second lieu et en employant ce théorème des Disquisitiones arithmeticæ, savoir : 1, a, a', a'', ... A, désignant tous les diviseurs d'un entier Λ ; $\varphi(a) + \varphi(a') + \ldots = \Lambda$, on peut démontrer que Σ donne précisément la somme de tous les diviseurs de n inférieurs à sa racine carrée. Par conséquent, Σ N — Σ % est égale à la somme de tous les diviseurs de n plus grands que \sqrt{n} ; et la formule qui précède coincide avec celle de M. Kronecker : mais notre analyse met en évidence les groupes de classes qui figurent dans les relations, dont celles de ce géomètre se déduisent par voie d'addition. La méthode que nous venons d'exposer conduit à un grand nombre de résultats semblables. Nous nous bornerons à en énoncer quelques-uns. En supposant $n \equiv 3 \mod 4$, on a

(2)
$$2F(n) + 4F(n-2^2) + 4F(n-4^2) + ... = N-2\pi$$
, et si $n \equiv 1 \mod 4$,

(3)
$$4F(n-1^2) + 4F(n-3^2) + 4F(n-5^2) + ... = N-2\pi$$
,

en ayant soin de remplacer dans cette dernière formule π par $\pi + \frac{1}{2} \varphi(\sqrt{n})$, lorsque n est un carré parfait. On ne doit pas oublier que nous ne tenons pas compte des formes dérivées dans lesquelles le facteur commun aux trois coefficients est pair, ou non premier avec n. En ayant égard à cette circonstance, les formules (2) et (3), jointes à celle qui a déjà été établie, conduiront aux relations V et VI données par M. Kronecker dans son Mémoire : Ueber die Anzahl der verschiedenen classen quadratischer Formen von negativer determinante (Journal de Crelle, t. LVII, p. 249).

» Supposons $n \equiv 3 \mod 8$, les valeurs de D,

$$n-2^2$$
, $n-6^2$, $n-10^2$,...

sont toutes ≡ - 1 mod 8, tandis que

$$n, n-4^2, n-8^2, \ldots$$

sont ≡3 mod 8. Or on peut isoler ces deux séries de déterminants, et l'on trouve ainsi

(4)
$$8F(n-2^2) + 8F(n-6^2) + 8F(n-10^2) + \dots = N-4\pi$$
, et, par conséquent,

(5)
$$4F(n) + 8F(n-4^2) + 8F(n-8^2) + ... = N.$$

Cette dernière formule sera utile pour trouver le nombre des classes quadratiques de déterminant -n, quand $n \equiv 3 \mod 8$. Nous donnerons plus loin une autre relation qui pourra également servir à cet usage.

" La formule (2) est susceptible d'une décomposition plus profonde, lorsque $n \equiv -1 \mod 8$. Mais ici s'introduit une nouvelle fonction numérique qu'il faut définir. Soit d_1^2 un diviseur carré de n, en supposant $d_1 \equiv \pm 1 \mod 8$, et décomposons $\frac{n}{d_1^2}$ de toutes les manières possibles en deux facteurs γ et γ_i premiers entre eux, et tous les deux $\equiv \pm 1 \mod 8$. Appelons γ le plus petit d'entre eux et faisons $\Gamma_1 \equiv \Sigma \gamma$. De plus, désignons par d_3^2 un diviseur carré de n, dont la racine soit $\equiv \pm 3 \mod 8$, et décomposons le quotient $\frac{n}{d_3^2}$ de toutes les manières possibles en deux facteurs γ et $\gamma_i \equiv \pm 3 \mod 8$ et premiers entre eux; γ étant le plus petit des deux, posons $\Gamma_3 \equiv \Sigma \gamma$: notre fonction numérique π_4 est définie par la relation

$$\mathfrak{K}_{4} = \Sigma \Gamma_{4} \varphi (d_{4}) + \Sigma \Gamma_{3} \varphi (d_{3});$$

ces sommes étant étendues à toutes les valeurs possibles de d_4 et de d_3 . Cela étant admis, nous aurons

(6)
$$4F(n) + 8F(n-4^2) + 8F(n-8^2) + ... = N-4\%$$
, et de plus

(7)
$$\begin{cases} 8F(n) + 16F(n-8^{2}) + 16F(n-\overline{16}^{2}) + \dots \\ = N - 8\pi_{4}, & \text{si} \quad n \equiv -1 \pmod{16}, \\ 16F(n-4^{2}) + 16F(n-\overline{12}^{2}) + 16F(n-\overline{20}^{2}) + \dots \\ = N - 8\pi_{4}, & \text{si} \quad n \equiv 7 \mod 16. \end{cases}$$

Ces dernières formules décomposent en deux la relation VII du Mémoire déjà cité de M. Kronecker. » En combinant les équations (2) et (6), on obtient la suivante:

(9)
$$8F(n-2^2) + 8F(n-6^2) + 8Fn - (10^2) + ... = N,$$

dans laquelle $n = 2^2$, $n = 6^2$, ... sont tous $\equiv 3 \mod 8$.

» Voici d'autres résultats:

$$F(2n) + 2F(2n-2^2) + 2F(2n-4^2) + ... = N,$$

 $2F(2n-1^2) + 2F(2n-3^2) + ... = N-2\gamma$

en désignant par ν le nombre des décompositions distinctes de n en deux carrés premiers entre eux. On doit, comme nous l'avons déjà dit plus haut, omettre les classes dérivées dans lesquelles le facteur commun aux trois coefficients n'est pas premier avec n: la même observation s'étend aux formes dérivées de (1, 0, 1) quel que soit le diviseur commun aux trois termes. Les relations II et III du Mémoire de M. Kronecker peuvent se déduire de ces deux dernières formules.

- » Remarquons encore que le calcul qui nous a donné la première d'entre elles démontre en même temps l'existence d'une équation à coefficients rationnels d'un degré double du nombre des classes de l'ordre proprement primitif de déterminant -2n, ayant pour racines les valeurs de $\varphi^8(\omega)$ attachées à deux des six groupes de formes contenues dans chacune d'elles.
- » Les classes proprement primitives ou dérivées de formes proprement primitives sont les seules qui se soient présentées jusqu'ici. Voici maintenant quelques formules où figurent des classes improprement primitives. Appelous $F_{+}(D)$ le nombre des classes improprement primitives, ou dérivées de formes improprement primitives, ayant D pour déterminant. (On ne doit pas tenir compte des classes dérivées pour lesquelles le facteur commun aux trois coefficients admet un diviseur de n.) On supprimera de même les classes dérivées de (1, 0, 3) quelles qu'elles soient. Désignons de plus par ν_{+} le nombre des représentations propres de n par la forme (1, 0, 3): nous avons

$$3F_{i}(4n-7^{2})+3F_{i}(4n-3^{2})+3F_{i}(4n-5^{2})+\ldots=N-2\nu_{i}.$$

Les nombres $4n-1^2$, $4n-3^2$, $4n-5^2$,... sont tous $\equiv 3 \mod 8$.

» On conclut aisément de là cette nouvelle relation

$$F(4n-1^2)+F(4n-3^2)+F(4n-5^2)+...=N.$$

Nous avons également trouvé la somme

$$F(8n-1^2)+F(8n-3^2)+F(8n-5^2)+3.1$$
;

elle dépend d'une fonction numérique que nous définissons de la manière suivante : Soit d^2 un quelconque des diviseurs carrés de n, et décomposons de toutes les manières possibles $\frac{n}{d^2}$ en deux facteurs premiers entre eux. (Nous regardons comme distinctes deux décompositions qui ne diffèrent que par l'ordre des facteurs.) Appelons δ le premier et δ_1 le second ; partageons ces décompositions en deux groupes, en réunissant dans le premier celles pour lesquelles $2\delta < \delta_1$, et dans le second celles pour lesquelles $2\delta > \delta_4$. Prenant le premier groupe, nous formons la somme Δ des premiers facteurs, et dans le second, la somme Δ_1 des deuxièmes facteurs. Cela posé, la fonction numérique π' , dont nous avons besoin, a pour valeur

$$\mathfrak{N}' = \Sigma (2\Delta + \Delta_1) \varphi(d),$$

cette somme étant étendue à toutes les valeurs de d. Voici maintenant notre formule

$$F(8n-1^2) + F(8n-3^2) + F(8n-5^2) + \dots = 2N-36'.$$

Nous avons encore, en supposant $n \equiv -1 \mod 4$,

$$3F_{1}(n) + 6F_{1}(n-2^{2}) + 6F_{1}(n-4^{2}) + \dots = N-3\pi-2\nu_{1}$$

on en déduit lorsque $n \equiv 1 \mod 8$

$$F(n) + 2F(n-4^2) + 2F(n-8^2) + ...$$

+ $6F(n-2^2) + 6F(n-6^2) + ... = N-3\%$,

et sous cette forme on reconnaît qu'elle est une conséquence des équations (4) et (5); il suffit d'ajouter ces deux équations multipliées respectivement par 1 et 3.

» Lorsque $n \equiv -1 \mod 8$, on a la relation

$$3F(n) + 6F(n-4^2) + 6F(n-8^2) + \dots$$

+ $2F(n-2^2) + 2F(n-6^2) + \dots = N-3\pi$,

qui résulte des équations (6) et (9).

» Voici enfin une dernière formule : supposons $n \equiv 1 \mod 4$, et appelons G(D) le nombre des classes de déterminant — D proprement ou improprement primitives, dérivées ou non, en négligeant : 1° les classes dérivées dans lesquelles les trois coefficients ont un diviseur commun avec n; 2° toutes

celles qui sont dérivées de (1, 0, 1) et de (2, 1, 2), nous avons

$$6G\left(\frac{n-1^2}{4}\right) + 6G\left(\frac{n-3^2}{4}\right) + 6G\left(\frac{n-5^2}{4}\right) + \dots = N - 3N - 3\nu - 2\nu_i,$$

 ν désignant toujours le nombre des décompositions de n en deux carrés premiers entre eux, et ν_i le nombre des représentations propres de n par la forme (1, 0, 3).

CHIMIE ORGANIQUE. — Sur la cyanuration du baryum et la production de l'ammoniaque avec l'azote de l'air; par MM. MARGUERITTE et DE SOURDEVAL.

- « Les essais que nous avons faits sur une assez grande échelle ont réussi au gré de nos désirs, et nous pensons pouvoir en conclure :
- » 1°. Que la baryte, calcinée en présence du charbon et de l'air atmosphérique, s'assimile très-facilement le carbone et l'azote, et que la cyanuration du baryum, inconnue jusqu'à présent, est une opération de la plus grande simplicité;
- » 2°. Que le cyanure de baryum se décompose à la température de 300 degrés environ sous l'influence d'un courant de vapeur d'eau et dégage la totalité de l'azote qu'il renferme sous la forme d'ammoniaque.
- » Les conséquences industrielles de ces deux réactions sont : la fabrication des cyanures de baryum, de potassium, du bleu de Prusse, etc., de l'ammoniaque, et enfin celle de l'acide nitrique et des nitrates par les moyens connus.
- » Si nous ne nous faisons pas illusion, nous avons la conviction que l'industrie trouvera dans la baryte l'agent qui doit lui permettre de fixer l'azote dont elle a besoin pour ses divers produits. Nous ajouterons que le procédé que nous employons nous permet d'obtenir la baryte dans des conditions telles, que l'extraction du sucre, au moyen de cette base, deviendra une opération vraiment pratique.

CHIMIE ORGANIQUE. — Sur l'alcool anisique et sur deux bases oxygénées qui en dérivent; par M. S. CANNIZZARO.

« Vers la fin de l'année 1854, j'ai soumis, en compagnie de feu M. Bertagnini, l'hydrure d'anisyle à la même réaction par laquelle j'avais transformé l'aldéhyde benzoique dans l'alcool correspondant; nous avons ainsi

obtenu l'alcool anisique (1). Nous avons montré avec quelle facilité cet alcool se transforme, par oxydation, dans l'aldéhyde et dans l'acide correspondants. Nous avons préparé son éther monochlorhydrique en faisant agir l'acide chlorhydrique sur cet alcool. Enfin nous avons fait remarquer que l'alcool anisique était le premier exemple d'une classe nouvelle d'alcools contenant dans leurs molécules le double d'oxygène des alcools jusqu'alors étudiés, et nous avons attribué ce fait à ce que le radical de ce nouveau type d'alcools était oxygéné.

» Après avoir lu les travaux de M. Berthelot et ceux de M. Wurtz sur les alcools polyatomiques, j'ai soupçonné que l'alcool anisique appartenait à la classe des glycols de M. Wurtz. Dans cette supposition, le cinnamène (le styrol) en serait le radical. En effet

$$\frac{\mathrm{C^8H^8} + 2\,\mathrm{HO} = \mathrm{C^8H^{10}O^2}\left(2\right)}{\text{Cinnamène.}}$$

Je me suis donc posé les questions suivantes à résoudre par l'expérience.

- » 1°. Peut-on transformer le cinnamène en alcool anisique, comme l'éthylène en glycol?
- » 2°. L'alcool anisique se comporte-t-il vis-à-vis des acides comme un alcool diatomique?
- » Mes expériences sont encore en cours d'exécution; j'espère pouvoir en publier bientôt les résultats.
- "En attendant, je vais appeler l'attention des chimistes sur deux alcalis oxygénés, dérivés de l'alcool anisique, et dont l'existence paraît favorable à l'opinion qui regarde l'alcool anisique comme monoatomique. En effet, dans ces deux bases le résidu oxygéné G⁸ H ⁹O joue le rôle d'un radical monoatomique, comme on peut s'en convaincre, en comparant les formules de l'alcool anisique, de son éther hydrochlorique et des deux alcalis:

$$\begin{array}{ll} \text{Alcool anisique.} & \qquad & G^8\,H^{10}\,\Theta^2 = \begin{array}{c} G^8\,H^9\,\Theta \\ H \end{array} \bigg\}\,\Theta\,. \\ \\ \text{Ether anisochlorhydrique.} & \qquad & G^8\,H^9\,\Theta\,Cl = \begin{array}{c} G^8\,H^9\,\Theta \\ Cl \end{array} \\ \\ \text{Anisammine primaire.} & \qquad & G^8\,H^{11}\,\Theta\,Az = \begin{array}{c} G^8\,H^9\,\Theta \\ H^2 \end{array} \bigg\}\,Az\,. \\ \\ \text{Anisammine secondaire.} & \qquad & G^{16}\,H^{19}\,\Theta^2\,Az = \begin{array}{c} (C^8\,H^9\,\Theta)^2 \\ H \end{array} \bigg\}\,Az\,. \end{array}$$

⁽¹⁾ CANNIZZARO et BERTAGNINI, Nuovo Cimento, t. Ier, p. 99 (1855). — Annalen der Chemie und Pharmacie, t. XCVIII, p. 188.

⁽²⁾ (H=12), C=12, O=16.

- » Néanmoins, je ne considère pas encore ces résultats comme tout à fait décisifs en faveur de l'opinion qui regarde l'alcool anisique comme monoatomique. En effet ce qui reste, en retranchant de la molécule d'un alcool diatomique le résidu HO de la molécule H2O, étant équivalent à un seul atome d'hydrogène, peut simuler les caractères de ce qu'on appelle radical monoatomique. En remettant cette discussion théorique au jour où je pourrai disposer d'un plus grand nombre de données expérimentales, pour le moment je me contenterai de donner une description sommaire des deux bases oxygénées dont il vient d'être question. Voici comment on les obtient.
- » On fait passer un courant d'acide chlorhydrique sur l'alcool anisique pur, en empêchant qu'il ne s'échauffe trop pendant la réaction; on obtient deux couches; la couche inférieure est une solution aqueuse d'acide chlorhydrique, la couche supérieure est l'éther anisomonochlorhydrique $\mathbb{G}^8H^9\Theta$ Cl.
- » On mélange cet éther avec une solution alcoolique concentrée d'ammoniaque, et on abandonne le mélange à lui-même dans un flacon bouché pendant vingt-quatre heures. Il se fait un dépôt blanc, qu'on recueille sur un filtre. Ce dépôt se compose de sel ammoniac et d'une substance blanche amorphe, insoluble dans l'eau, très-peu soluble dans l'alcool bouillant et moins encore dans l'alcool froid, sur laquelle je reviendrai plus tard.
- » On évapore la solution alcoolique filtrée; on obtient un résidu cristallin, souillé par une matière huileuse. On lave ce résidu avec de l'éther qui dissout la matière huileuse, on obtient ainsi un mélange des hydrochlorates des deux bases.
- » Pour séparer les deux sels l'un de l'autre, on profite de la différence de leurs solubilités dans l'eau, le sel de l'anisammine secondaire étant bien moins soluble dans l'eau froide que le sel de l'anisammine primaire. On dissout donc le résidu cristallin dans l'eau bouillante et on laisse refroidir; l'hydrochlorate de l'anisammine secondaire cristallise en lames nacrées; on concentre l'eau mère, jusqu'à ce qu'elle ne donne plus lieu par refroidissement au dépôt de ces cristaux; on filtre et on évapore à sec; on obtient comme résidu l'hydrochlorate de l'anisammine primaire. En faisant cristalliser plusieurs fois ce dernier sel dans l'alcool bouillant, on l'obtient trèspur et cristallisé en aiguilles blanches.
- » Pour extraire les deux alcalis des deux sels précédents, on dissout ces sels dans la plus petite quantité d'eau froide possible, on y verse de l'ammoniaque ou un autre alcali et on agite avec de l'éther. On évapore à la température ordinaire la solution éthérée; on obtient comme résidu l'un ou l'autre alcali, suivant la nature du chlorhydrate employé.

L'anisammine primaire s'obtient toujours cristallisée en petites aiguilles; l'anisammine secondaire s'obtient d'abord sous la forme d'une substance huileuse et dense qui cristallise en lames blanches après quelques jours de repos. L'une et l'autre sont des alcalis doués d'une grande énergie, solubles dans l'alcool et dans l'éther; l'eau dissout l'anisammine primaire en plus forte proportion que l'anisammine secondaire. L'anisammine primaire fond au-dessus de 100 degrés, mais en même temps elle se colore et semble éprouver un commencement de décomposition. L'anisammine secondaire fond entre 32 et 33 degrés; elle se solidifie à la même température. Mais si elle a été chauffée quelques degrés au-dessus de son point de fusion, en se refroidissant ensuite elle reste liquide à la température ordinaire, et elle ne se solidifie qu'après plusieurs heures.

» J'ai préparé et analysé les chloroplatinates de ces deux alcaloïdes artificiels. Voici comment j'ai opéré.

» J'ai mélangé les solutions alcooliques bouillantes du chlorure de platine et du chlorhydrate de l'anisammine primaire; par refroidissement, le chloroplatinate cristallise en petites lames luisantes d'un jaune d'or. Il est un peu soluble dans l'eau et dans l'alcool à chaud, mais sa solubilité augmente s'il est en présence d'une solution acide de chlorure de platine. Ce chloroplatinate lavé avec de l'éther et séché dans le vide m'a donné à l'analyse des résultats parfaitement concordants avec la formule

G8H11AzO, HCl, PtCl2.

» Le chloroplatinate de l'anisammine secondaire s'obtient en mélangeant une solution aqueuse et bouillante de chlorhydrate avec une solution chaude et concentrée de chlorure de platine. Il se précipite alors sous la forme d'un liquide huileux et dense tirant sur le brun; peu à peu il se prend en une masse de petites aiguilles jaunes. On accélère cette cristallisation en chauffant légèrement le précipité huileux avec son eau mère, laquelle contient un excès de chlorure de platine.

» Ce chloroplatinate cristallisé à la composition suivante

C16 H19 Az O2, HCl, PtCl2 + H2O.

» Il ne perd pas son eau de cristallisation dans le vide, mais il la perd à 100 degrés.

» Parmi les alcaloïdes artificiels qu'on a produits jusqu'à présent, il me C. R., 1860, 1^{cr} Semestre. (T. L, N° 24.) paraît que ceux que je viens de décrire sont ceux qui se rapprochent le plus des alcaloïdes naturels. C'est pour cela que je tâcherai de compléter la série, aussitôt que je pourrai disposer d'une quantité suffisante d'alcool anisique. »

PHYSIQUE — Recherches sur les courants d'induction; par M. C.-M. Guillemin.

« On sait, d'après quelques données expérimentales, que les courants d'induction produits par les courants durent un temps appréciable. Plusieurs physiciens, en se basant sur des idées théoriques, ont représenté par des courbes les intensités successives que doivent offrir les courants induits aux différentes périodes de leur développement. La méthode expérimentale que j'ai exposée à l'Académie, dans la séance du 23 janvier dernier, m'a permis de déterminer par des expériences directes ces intensités dans les courants induits de fermeture et de rupture. Les appareils d'induction qui m'ont servi sont : 1º une petite bobine composée de deux fils de cuivre égaux de ¹/₄ de millimètre de diamètre et de 600 mètres de longueur chacun, couverts d'une double couche de soie : le fil inducteur forme la couche profonde séparée du fil induit, placé superficiellement, par une quadruple lame de gutta-percha vernie à la gomme laque; 2° une autre petite bobine formée de deux fils identiques aux précédents, enroulés ensemble sur un tube semblable à celui de la bobine précédente; 3° un appareil d'induction de M. Ruhmkorff à quatre compartiments.

» Dans chaque expérience la lame triangulaire de mon appareil ferme le circuit inducteur (voir les Comptes rendus de l'Académie des Sciences, t. L, p. 182). Les deux bouts du fil induit sont réunis par l'intermédiaire d'un fil de fer de \frac{1}{3} de millimètre de diamètre et de 300 mètres de longueur. La lame de dérivation ferme un circuit de dérivation pris sur le circuit induit aux deux extrémités du fil de fer, à des temps variables à volonté à partir de la fermeture du circuit inducteur. Dans toutes les expériences cette dérivation dure le même temps, en sorte que le galvanomètre donne des déviations permanentes dont les intensités correspondantes représentent les intensités successives des courants induits aux différents moments de leur développement. Voici quelques nombres qui peuvent donner une idée de la marche générale du phénomène :

Courants induits de fermeture.

Courants induits de rupture.

- » Les résultats présentent quelques différences, suivant la disposition des bobines et la force de la pile qu'on emploie; ici on s'est servi de 1 à 24 petits éléments Bunsen, dont le zinc a 100 centimètres carrés de surface.
- » Courants induits de fermeture. La première ligne représente les temps, exprimés en dix-millièmes de seconde, comptés à partir du moment de la fermeture du circuit inducteur. La seconde ligne contient les déviations galvanométriques obtenues avec la bobine nº 1, sans armature de fer, et 24 éléments Bunsen. On voit que le courant présente son intensité maximum pour le temps 5; vers le temps 21 la déviation devient douteuse : elle tend à se faire autant d'un côté que de l'autre du zéro, ce qui est indiqué par le signe?; à 23 dix-millièmes de seconde, la déviation change de sens, mais elle est instable, et l'aiguille oscille de 0° à 30°; à 31 dix-millièmes, la déviation se présente de nouveau dans le sens qu'elle avait primitivement, et elle devient nulle pour le temps 52. La troisième ligne a été obtenue dans les mêmes conditions, la bobine nº 1 contenant en plus une armature de fer. On voit qu'avec cette armature l'intensité est à chaque instant plus forte et que l'induction dure beaucoup plus longtemps. Pour les temps 21 et 23 la déviation cesse d'être stable : l'aiguille oscille de 0° à 40° et de o° à 60°, mais sans changer de sens comme tout à l'heure; pour des temps plus grands, la déviation redevient stable et se fait toujours du même côté. La quatrième ligne représente les intensités du courant induit de fermeture de l'appareil Ruhmkorff animé par 2 éléments Bunsen.
- » Courants induits de rupture. La première ligne contient les temps exprimés en dix-millièmes de seconde. La deuxième ligne représente les dé-

viations du courant induit de rupture avec la bobine n° 1, sans armature de fer et 24 éléments Bunsen. La troisième ligne contient les déviations obtenues avec la même bobine et un armature de fer; mais, dans ce cas, on a dû affaiblir le courant qui passait dans le galvanomètre, vu sa trop grande intensité. La troisième ligne exprime les déviations du courant induit de rupture de l'appareil Ruhmkorff avec 2 éléments Bunsen.

» La bobine n° 2 a donné des résultats semblables avec quelques différences. La durée du courant induit de fermeture a été, dans une expérience, rendue vingt fois plus grande par l'introduction du fer dans la bobine.

» J'ai récemment observé des inversions semblables à celles dont il vient d'être question, et même plus prononcées encore, lorsque je disposais l'expérience de manière à ce que le fil inducteur fit partie d'un fil de ligne.

MADAME VEUVE FUSINIERI, à l'occasion d'un Mémoire présenté par M. Bizio sur la corrélation entre le poids des équivalents des corps et leurs propriétés physiques, croit devoir réclamer en faveur de son mari feu Ant. Fusinieri la priorité pour l'idée principale exposée dans ce Mémoire. Pour justifier sa réclamation elle adresse à l'Académie trois ouvrages publiés par son mari en 1844, 1846 et 1847; elle demande que ces ouvrages (voir au Bulletin bibliographique) soient examinés par les Commissaires désignés pour le Mémoire de M. Bizio.

(Renvoi à l'examen de la Commission qui se compose de MM. Dumas, Pelouze et Regnault.)

A 5 heures, l'Académie se forme en comité secret.

COMITÉ SECRET.

M. MILNE EDWARDS, au nom de la Section de Zoologie et d'Anatomie comparée, présente la liste suivante de candidats pour la place de Correspondant vacante par suite de l'élection de M. Ehrenberg en qualité d'Associé étranger.

M. Nordmann, à Helsingfors (Russie).

M. Dana, à New-Haven (États-Unis d'Amérique).

M. Delle Chiaje, à Naples.

M. Purkinje, à Prague.

M. Siebold, à Munich.

M. Van Beneden, à Louvain.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 5 heures et demie.

É. D. B.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

L'Académie a reçu dans la séance du 11 juin 1860 les ouvrages dont voici les titres :

Comptes rendus hebdomadaires de l'Académie des Sciences publiés conformément à une décision de l'Académie en date du 13 juillet 1835; par MM. les Secrétaires perpétuels; t. XLIX. Paris, 1859; in-4°.

Recherches sur la veine porte rénale chez les Oiseaux, les Reptiles, les Batraciens et les Poissons; par M. S. Journam. Paris, 1860; in-4°.

De la Cosmogonie de Moise comparée aux faits géologiques; par MARGEL DE SERRES; 3º édition. Paris, 1860; 2 vol. in-8°.

Cours de mathématiques à l'usage des candidats à l'École centrale des Arts et Manufactures, et de tous les élèves qui se destinent aux Écoles du Gouvernement; par Charles DE COMBEROUSSE. T. Ier. — Arithmétique. — Algèbre élémentaire. Paris, 1860; in-8°.

Précis d'hydrologie médicale, ou les Eaux minérales de la France dans un ordre alphabétique; par le D' Isidore Bourdon. Paris, 1860; 1 vol. in-12.

Revue des Cucurbitacées cultivées au Muséum en 1859; par M. Ch. NAUDIN; br. in-8°.

Aperçus sur la boussole et ses applications à l'étude des phénomènes du magnétisme terrestre, lu à la Société de Géographie dans la séance publique du 20 avril 1860; par M. D'AYEZAC; br. in-8°.

Du coussinet et des nœuds vitaux dans les plantes, spécialement dans les Cactées; par M. le D^r D. Clos; br. in-8°.

Des amputations consécutives à l'ostéomyélyte dans les fractures des membres par armes à feu. Discours prononcés à l'Académie impériale de Médecine le 1^{er}, le 8 et le 15 mai 1860; par M. H. baron LARREY. Paris, 1860; br. in-8°.

Société littéraire et scientifique de Castres (Tarn). Procès-verbaux des séances, 3^e année. Castres, 1860; in-8°.

An expérimental... Recherches expérimentales relatives à l'action de l'alcool sur le système nerveux; par M. W. MARCET. Londres, 1860; br. in-8°.

Memorie... Recherches expérimentales concernant la mécanique moléculaire et une force répulsive nouvellement découverte dans la matière raréfiée (¿ attenuata?); par le D^r Ambr. Fusinieri. Padoue, 1844; in-4°.

Memorie... Mémoires sur la lumière, le calorique, l'électricité, le magnétisme, l'électro-magnétisme, etc.; par le même. Padoue, 1846; in-4°.

Memorie... Mémoires de météorologie; recueil de faits non encore observés avec les conséquences théoriques qui en découlent; par le même. Padoue, 1847; in-4°.

ERRATA.

(Séance du 4 juin 1860.)

Page 1012, ligne 18, au lieu de mais à son infusion, lisez mais il l'infuse. Même page, ligne 21, au lieu de figmentation, lisez segmentation.

Page 1019, ligne 1, au lieu de Correspondant pour la Section de Zoologie et d'Anatomie comparée en remplacement de M. Ehrenberg, devenu Associé étranger, lisez en remplacement de M. Owen, devenu Associé étranger.